

**НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ**

Інститут проблем матеріалознавства ім. І.М. Францевича

Кваліфікаційна наукова  
праця на правах рукопису

**КРАСІКОВА ІРИНА ЄВГЕНІВНА**

УДК 530.191:539.211:539.25:514.86

**ДИСЕРТАЦІЯ**

**НОВІ КІЛЬКІСНІ МЕТОДИ ВИЗНАЧЕННЯ СТРУКТУРИ МАТЕРІАЛІВ  
У ЕЛЕКТРОННІЙ МІКРОСКОПІЇ**

01.04.07 — фізика твердого тіла

Подається на здобуття наукового ступеня  
кандидата фізико-математичних наук

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей,  
результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

\_\_\_\_\_ І.Є. Красікова

Науковий керівник **Картузов Валерій Васильович**,  
кандидат фізико-математичних наук, старший науковий співробітник

Київ — 2021

## АНОТАЦІЯ

### **Красікова І.Є. Нові кількісні методи визначення структури матеріалів у електронній мікроскопії. — Рукопис.**

Дисертація на здобуття вченого ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.04.07 — фізика твердого тіла — Інститут проблем матеріалознавства ім. І.М. Францевича НАН України, Київ, 2021.

Дисертаційна робота присвячена розробці методики математично визначеної кількісної характеристики структури матеріала по його електронно-мікроскопічним зображенням.

У роботі виконана адаптація математичної моделі мультифрактального формалізму для визначення кількісних характеристик зображень структури матеріалів, і на її основі розроблено відповідне програмне забезпечення, яке дає стійкі результати їх обчислень. Висока продуктивність розробленого програмного забезпечення допускає принципову можливість включення її до існуючих програмних пакетів обробки електронно-мікроскопічних зображень в режимі реального часу, в тому числі до програмного забезпечення, яке вбудовано в електронні мікроскопи.

За допомогою представленої методики з метою верифікації моделей і розробленого програмного забезпечення проведено дослідження отриманих мультифрактальних і фізичних характеристик гарячепресованих композитів  $AlB_{12}-AlN$ , яке дозволяє зробити важливий висновок про те, що з фізичними характеристиками можуть бути пов'язані не тільки мультифрактальні характеристики зображень структури фаз, але і мультифрактальні характеристики виділених на них систем границь (границь зерен, границь фаз — в залежності від досліджуваного матеріалу). Отримано результати розрахунків

фрактальних характеристик плівок хрому, осаджених в аргоні при зміні температури осадження та в залежності від добавок кисню. Показана наявність кореляції фрактальної розмірності та фізичних характеристик плівок хрому — твердістю  $H$  та наведеним модулем пружності  $E_r = E/(1 - \nu^2)$ . Досить високий ступінь кореляції спостерігається як при обчисленнях фрактальної розмірності площини фотографій, так і для систем виділених границь.

**Ключові слова:** *електронно-мікроскопічне зображення, структура матеріалу, межі зерен, кількісна характеристика, фрактальна розмірність, мультифрактальні характеристики.*

## АННОТАЦИЯ

**Красикова И.Е. Новые количественные методы определения структуры материалов в электронной микроскопии. – Рукопись.**

Диссертация на получение ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.07 — физика твердого тела — Институт проблем материаловедения им. И.Н. Францевича НАН Украины, Киев, 2021.

Диссертационная работа посвящена разработке методики математически определенной количественной характеристики структуры материала по его электронно-микроскопическому изображению.

В настоящее время имеется множество различных методов анализа структуры материалов, поскольку именно структурные характеристики являются определяющими для получения материалов с высокими эксплуатационными параметрами. Большое количество методик характеристики структуры материала порождено двумя ключевыми положениями, которые определяют актуальность данной работы. Это определяющее значение структуры материала для уровня его эксплуатационных характеристик и нехватка методик количественной оценки структуры материалов для полного описания ее свойств. В качестве такой количественной оценки структуры материалов могут выступать ее мультифрактальные характеристики.

В работе выполнена адаптация математических моделей фрактальной геометрии и мультифрактального формализма для определения количественных характеристик изображений структуры материалов, включая разработку устойчивых алгоритмов обработки изображений и проведения вычислений мультифрактальных размерностей изображений, а также создание соответствующего программного обеспечения, дающего устойчивые

результаты вычислений. Программное обеспечение разработано на языке C++ (компилятор Visual Studio, библиотека графического интерфейса пользователя wxWidgets) и предназначено для работы в операционной системе не ниже Windows 7. Высокая производительность разработанного программного обеспечения, включая возможность использования многопоточности для повышения производительности, допускает принципиальную возможность включения его в существующие программные пакеты обработки электронно-микроскопических изображений в режиме реального времени, включая встроенное программное обеспечение электронных микроскопов. Разработанное программное обеспечение прошло всестороннее тестирование на модельных объектах, таких как ковер Серпинского, и продемонстрировало устойчивую работу относительно различного вида искажений, вносимых в модельные изображения. На основании проведенных вычислительных экспериментов для получения надежных и адекватных результатов разработаны требования, предъявляемые к изображениям, получаемым методами электронной микроскопии.

При помощи представленной методики, с целью верификации моделей, алгоритмов и разработанного программного обеспечения, было проведено изучение фрактальных характеристик пленок хрома, осажденных в аргоне при различных температурах осаждения и в зависимости от добавок кислорода. Как показали проведенные исследования, программное обеспечение дает адекватные значения мультифрактальных размерностей, коррелирующие со значениями микротвердости полученных пленок (коэффициенты корреляции для значений размерностей Реньи  $D_{-1}$ – $D_2$  находятся в диапазоне от 0,974 до 0,825). Аналогичное исследование, проведенное для пленок титана, осажденных магнетронным распылением, выявило наличие корреляции значений размерностей Реньи со значениями микротвердости и приведенного модуля упругости  $E_r = E/(1 - \nu^2)$ . Так, корреляция между значениями  $D_0$  и микротвердости  $H$  составляет 0,838, а между значениями  $D_0$  и значениями

приведенного модуля упругости — 0,736. Выполнено также исследование мультифрактальных и физических характеристик горячепрессованных композитов  $\text{AlB}_{12}\text{-AlN}$ , которое позволило обнаружить корреляции с физическими характеристиками как мультифрактальных размерностей площадей фотографий поверхности (монотонное возрастание значений  $D_0\text{-}D_2$  при увеличении массовой доли  $\text{AlN}$  в составе композита), так и мультифрактальных размерностей систем выделенных на изображениях границ. Полученный коэффициент корреляции между микротвердостью и фрактальной размерностью  $D_0$  системы границ достигает 0,979, а сама зависимость с большой точностью может быть описана формулой  $H = -148,1 D_0 + 230,4$  ГПа. Таким образом, в работе сделан вывод о том, что с физическими характеристиками могут быть связаны не только мультифрактальные характеристики изображений структуры фаз, но и мультифрактальные характеристики выделенных на них систем границ (границ зерен, границ фаз — в зависимости от исследуемого материала). Высокая степень корреляции между мультифрактальными и физическими характеристиками наблюдается как при вычислениях фрактальной размерности плоскости фотографий, так и для систем выделенных границ.

**Ключевые слова:** *электронно-микроскопическое изображение, структура материала, границы зерен, количественная характеристика, фрактальная размерность, мультифрактальные характеристики.*

## ABSTRACT

**Krasikova I.E. New quantitative methods for determining the structure of materials in electron microscopy. — Manuscript.**

A dissertation for the degree of candidate of physical and mathematical sciences in the specialty 01.04.07 — solid state physics — I.N. Frantsevich Institute for Problems of Materials Science of National Academy of Sciences of Ukraine, Kiev, 2021.

The dissertation work is devoted to the development of a methodology for a mathematically defined quantitative characterization of the structure of a material based on its electron microscopic image. In the dissertation work, the adaptation of the mathematical model of the multifractal formalism to determine the quantitative characteristics of images of the structure of materials is carried out. The corresponding software, which gives stable calculation results, has been developed based on this adaptation. The high performance of the developed software makes it possible, in principle, to include it in existing software packages for processing electron microscopic images in real time, including the embedded software of electron microscopes. Using the presented technique, a study of the obtained multifractal and physical characteristics of hot-pressed  $\text{AlB}_{12}$ -AlN composites was carried out in order to verify the adaptation of models and the developed software. These studies allows to draw an important conclusion that physical characteristics can be associated not only with the multifractal characteristics of images of the phase structure, but also multifractal characteristics of the boundaries cut out on them (boundaries grains, phase boundaries — depending on the test material). The results of calculations of the fractal characteristics of chromium films deposited in argon with a change in the deposition temperature and depending on the addition of oxygen are presented. It is shown that there is a correlation between the fractal dimension and the physical characteristics of chromium films — the hardness  $H$  and

the reduced modulus of elasticity  $E_r = E/(1 - \nu^2)$ . A high degree of correlation is observed both for calculating the fractal dimension of the micrographs themselves, and for systems of distinguished boundaries.

**Keywords:** *electron microscopic image, material structure, grain boundaries, quantitative characterization, fractal dimension, multifractal characteristics.*



## СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ РОБІТ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

Наукові праці, в яких опубліковані основні наукові результати дисертації:

1. Минаков Н.В. Исследование доэвтектических литых структур методами компьютерной обработки изображений / Н.В. Минаков, **И.Е. Красикова**, В.В. Картузов, С.А. Фирстов, И.Д. Горная // Электронная микроскопия и прочность материалов. — 2001. — Вып. 11. — С. 113–117.
2. **Красикова И.Е.** Корреляция значений фрактальных характеристик структуры материала по электронно-микроскопическим фотографиям поверхности образцов со значениями их физико-механических характеристик / **И.Е. Красикова**, В.В. Картузов, И.В. Красиков // Электронная микроскопия и прочность материалов. — 2016. — Вып. 22. — С.3–9.
3. **Красикова И.Е.** Мультифрактальные характеристики горячепрессованных композитов из нанопорошков  $AlB_{12}-AlN$  / **И.Е. Красикова**, И.В. Красиков, В.В. Картузов, В.Б. Муратов, А.А. Васильев // Наносистемы, наноматериалы, нанотехнології. — 2020. — Том 18. — Выпуск 1. — С. 89–96.
4. **Krasikova I.E.** Using computation parallelization facilities in the 2D-image fractal dimension evaluation algorithm / **I.E. Krasikova**, I.V. Krasikov, V.V. Kartuzov // International Journal of Open Information Technologies. — 2015. — Vol 3. — No 12. — P.7–12.
5. Galanov B.A. The modification of Hydrodynamic Model of Alekseevskii–Tate for Multilayered and Gradient Plates / B.A. Galanov, V.V. Kartuzov, S.M. Ivanov, **I.E. Krasikova** // Multilayered and Fibre-Reinforced Composites. 3. High Technology. — 1998. — Vol. 43. — P. 145–152.
6. Картузов В.В. Применение аппарата фрактальной геометрии для исследования структур материалов, полученных в условиях скоростного

- электронагрева. / В.В. Картузов, **И.Е. Красикова**, Н.В. Минаков, В.Ю. Пучкова // Математические модели и вычислительный эксперимент в материаловедении: Зб. наук. праць. — Київ, ІПМ. Вип. 8. — Серія “Моделювання в матеріалознавстві”. — 2006. — С. 63–68.
7. **Красикова И.Е.** Компьютерная реализация алгоритма вычисления фрактальной размерности структуры материала по изображениям, полученным при помощи электронной микроскопии / **И.Е. Красикова**, В.В. Картузов, И.В. Красиков // Математические модели и вычислительный эксперимент в материаловедении: Зб. наук. праць. — Київ, ІПМ. Вип. 13. — Серія “Моделювання в матеріалознавстві”. — 2011. — С. 82–89.
8. **Красикова И.Е.** Характеристики компьютерной реализации алгоритма вычисления фрактальной размерности двумерных изображений / **И.Е. Красикова**, В.В. Картузов, И.В. Красиков // Математические модели и вычислительный эксперимент в материаловедении: Зб. наук. праць. — Київ, ІПМ. Вип. 15. — Серія “Моделювання в матеріалознавстві”. — 2013. — С. 69–73.
9. **Красикова И.Е.** Компьютерная реализация алгоритма вычисления мультифрактальных характеристик структуры материала по двумерным изображениям / **И.Е. Красикова**, В.В. Картузов, И.В. Красиков // Математические модели и вычислительный эксперимент в материаловедении: Зб. наук. праць. — Київ, ІПМ. Вип. 16. — Серія “Моделювання в матеріалознавстві”. — 2014. — С. 74–79.
10. **Красикова И.Е.** Определение мультифрактальных характеристик изображений структур материалов / **И.Е. Красикова**, И.В. Красиков, **В.В. Картузов** // Наукові нотатки. — 2017. — №57. — С.102–110.
11. **Красикова И.Е.** Применение мультифрактального анализа для изучения структур композиционных материалов / **И.Е. Красикова**,

И.В. Красиков, В.В. Картузов // Вісник Українського матеріалознавчого товариства ім. І.М. Францевича. — 2019. — Вип. 12. — С. 35–41.

Наукові праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації:

12. Минаков Н.В. Применение метода анализа-синтеза с переменной разрешающей способностью при подготовке изображений к расчету фрактальной размерности / Н.В. Минаков, **И.Е. Красикова**, В.В. Картузов // Второй междисциплинарный симпозиум ФиПС-01 “Фракталы и прикладная синергетика”. 26–30 ноября 2001 г., Москва. — С. 52–54.
13. Картузов В.В. Методы математической морфологии в генерации фрактальных структур. / В.В. Картузов, **И.Е. Красикова**, Н.В. Минаков // Третий междисциплинарный симпозиум ФиПС-03 “Фракталы и прикладная синергетика”. 17–20 ноября 2003 г., Москва. — С. 154–157.
14. **Красикова И.Е.** Унифицированный метод вычисления фрактальной размерности структуры материала по его электронно-микроскопическому изображению / **И.Е. Красикова**, И.В. Красиков, В.В. Картузов // Конференция “Деформация и разрушение материалов и наноматериалов” DFMN-2011. Институт металлургии и материаловедения им. А.А. Байкова РАН. 25–28 октября 2011 г., Москва. — С. 914–915.
15. **Krasikova I.E.** Quantitative characterization of the structure of metallic films from their electron-photographic images / **I.E. Krasikova**, I.V. Krasikov, V.V. Kartuzov // 10<sup>th</sup> International Conference “Advanced Materials and Technologies: from idea to market”. Book of Abstracts. 24–26 October 2018, Ninghai. China. — p. 37.
16. **Krasikova I.E.** Application of multifractal analysis to investigation of structure of composite materials / **I.E. Krasikova**, I.V. Krasikov,

V.V. Kartuzov // 6<sup>th</sup> International Conference HighMathTech 2019. Book of Abstracts. October 28–30 2019, Kyiv. Ukraine. — P. 178.

17. **Красикова И.Е.** Мультифрактальный анализ изображений структуры нанокompозитных материалов / **И.Е. Красикова**, И.В. Красиков, В.В. Картузов // VI наукова конференція “Нанорозмірні системи: будова, властивості, технології” НАНСИС–2019. 4–6 грудня 2019 р., Київ. Україна. — С.81.
18. **Krasikova I.E.** Multifractal analysis of electron microscopic images of nanomaterials / **I.E. Krasikova**, I.V. Krasikov, V.V. Kartuzov // 1<sup>st</sup> International Research and Practice Conference “Nanoobjects & Nanostructuring” (N&N – 2020). N&N – 2020. Book of Abstracts. September 20–23 2020, Lviv. Ukraine. — P. 97.

## ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ .....	16
ВСТУП.....	17
РОЗДІЛ 1. ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ .....	26
1.1. Фрактали — поняття та історія розвитку .....	27
1.2. Застосування фракталів в фізиці та матеріалознавстві.....	31
1.2.1. Програмне забезпечення для обчислення фрактальних характеристик .....	38
1.2.2. Мультифрактальність як подальший розвиток теорії фракталів .....	40
1.3. Висновки до розділу 1 .....	43
РОЗДІЛ 2. РОЗРОБКА МЕТОДИКИ ДОСЛІДЖЕННЯ ФРАКТАЛЬНИХ ТА МУЛЬТИФРАКТАЛЬНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЗОБРАЖЕНЬ СТРУКТУРИ МАТЕРІАЛУ .....	45
2.1. Математичні основи фрактальної геометрії та мультифрактального формалізму.....	45
2.1.1. Фрактали, фрактальна розмірність і метод її обчислення .....	45
2.1.2. Мультифрактальний формалізм та методи обчислення мультифрактальних розмірностей .....	53
2.2. Розробка програмного забезпечення для обчислення фрактальної розмірності зображень структури матеріалів .....	60
2.2.1. Розробка алгоритмів для обчислення фрактальної розмірності зображень структури матеріалів .....	60
2.2.1.1. Попередня обробка зображення .....	60
2.2.1.2. Розбиття зображення на пробні комірки .....	64
2.2.2. Програмне забезпечення для обчислення фрактальної розмірності .....	68

2.2.2.1. Опис роботи програми.....	69
2.2.2.2. Характеристики розробленої програми .....	74
2.3. Розробка програмного забезпечення для отримання мультифрактальних характеристик зображень структури матеріалів ...	77
2.3.1. Розробка алгоритму отримання мультифрактальних розмірностей зображень структури матеріалів .....	77
2.3.1.1. Перетворення зображення в чорно-біле .....	77
2.3.1.2. Розбиття зображення на пробні комірки .....	80
2.3.2. Програмне забезпечення для обчислення мультифрактальних характеристик зображень структури матеріалів .....	82
2.3.2.1. Характеристики розробленої програми .....	86
2.3.2.2. Використання програми обчислення мультифрактальних характеристик зображень структури матеріалів .....	90
2.4. Висновки до розділу 2 .....	93
<b>РОЗДІЛ 3. ПРАКТИЧНЕ ЗАСТОСУВАННЯ ПРОГРАМНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ДЛЯ ОТРИМАННЯ МУЛЬТИФРАКТАЛЬНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЗОБРАЖЕНЬ СТРУКТУРИ МАТЕРІАЛІВ .....</b>	<b>95</b>
3.1. Вивчення мультифрактальних характеристик електронно- мікроскопічних зображень титану, осадженого методом магнетронного розпилення .....	95
3.2. Вивчення мультифрактальних характеристик зображень плівок хрому, осаджених в аргоні на кремнієвих підкладках .....	99
3.3. Дослідження мультифрактальних характеристик гарячепресованих композитів $AlB_{12}-AlN$ .....	100
3.4. Висновки до розділу 3 .....	106
<b>ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ.....</b>	<b>108</b>
<b>СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ .....</b>	<b>110</b>

ДОДАТОК 1. ЗАСТОСУВАННЯ БАГАТОПОТОЧНОСТІ ПРИ ОБЧИСЛЕННІ МУЛЬТИФРАКТАЛЬНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ДВОВИМІРНИХ ЗОБРАЖЕНЬ .....	123
ДОДАТОК 2. ІНСТРУКЦІЯ КОРИСТУВАЧА РОЗРОБЛЕНОГО ПРОГРАМНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ.....	127
Загальні положення .....	127
Підготовка зображень.....	127
Порядок роботи з програмою .....	130
Налаштування програми .....	134

## ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

$d$	геометрична розмірність
$D_0$	фрактальна розмірність
$D_1$	інформаційна фрактальна розмірність
$D_2$	кореляційна фрактальна розмірність
$D_q$	спектр мультифрактальних розмірностей
$E_r$	приведений модуль пружності
$H$	твердість (мікротвердість)
$l$	розмір зображення; масштаб фрактальності
$N$	загальна кількість точок фрактальної множини
$p_i$	ймовірність того, що навмання взята точка фрактальної множини знаходиться в комірці з номером $i$
$r_{xy}$	коефіцієнт кореляції випадкових величин $x$ і $y$
$S(\varepsilon)$	ентропія фрактальної множини
$Z(q, \varepsilon)$	узагальнена статистична сума
$\varepsilon$	коефіцієнт масштабу, розмір пробної комірки
$\zeta$	фрактальна множина точок
$\mu_{xy}$	кореляційний момент випадкових величин $x$ і $y$
$\sigma_x$	дисперсія випадкової величини $x$



## ВСТУП

**Актуальність теми.** Визначення характеристик структури матеріалів є одною з ключових задач сучасної фізики твердого тіла. На вирішенні цієї задачі базується процес створення нових та покращення експлуатаційних характеристик вже існуючих матеріалів. Наразі кількість методів дослідження структури, що застосовуються, постійно збільшується і інформаційна ємність цих методів неухильно зростає.

Існує багато фізичних методів аналізу структури матеріалів. Зокрема, це методи, засновані на дії зовнішніх факторів на матеріали (електрони, рентгенівські промені, іони, атоми, видиме світло, ультрафіолетове, інфрачервоне, нейтрони, звук тощо), які здатні визвати інформаційний відгук від структури зразку. За отриманим відгуком можна відстежувати функціональні залежності одного або декількох змінних факторів цієї дії (енергія, температура, маса, інтенсивність, час, кут, фаза) від параметрів структури матеріалу зразка. Ці залежності, як правило, є визначальними для оптимізації експлуатаційних характеристик матеріалу. Ця чисельність методик характеризації структури матеріалу породжена двома ключовими положеннями, на яких стоїть актуальність проблеми:

- 1) не викликає сумнівів визначальне значення структури матеріалу для рівня його експлуатаційних характеристик;
- 2) існуючих методик кількісної характеризації структури матеріалу для повного опису її властивостей наразі недостатньо.

Необхідність всебічного дослідження структури матеріалів диктує необхідність розвитку нових підходів до отримання та обробки електронних знімків адресно приготованих зразків, зокрема, до цифрової обробки отриманих знімків із застосуванням сучасних математичних методів.

Існуючі характеристики можуть бути істотно доповнені характеристиками, які засновані на досить новій як математичній, так і фізичній парадигмі фрактальності, що робить перші кроки у застосуванні для кількісної характеристики геометричних та статистичних властивостей структури матеріалів. Тому не виникає сумнівів актуальність даної роботи, яка полягає в створенні методики дослідження фрактальних характеристик зображень структури матеріалу, що включає розробку програмного забезпечення для обробки цифрових зображень (зокрема, отриманих за допомогою електронної мікроскопії), та дозволяє отримувати кількісний опис структури матеріалу.

У роботах вчених в галузі фрактальної геометрії і фрактальної фізики Б. Мандельброта, М. Шредера, Е. Федера, І.Ж. Буніна, І.Р. Кузяєва, В.С. Іванової, Г.В. Встовського, І.В. Золотухіна, Р.М. Кроновера розроблено математичні моделі фрактальної геометрії та, зокрема, методи обчислення такої чисельної характеристики об'єктів, як фрактальна розмірність. Цей параметр в задачах матеріалознавства використовується для опису різних структур, наприклад, таких як поверхні зламів, пористі структури, зони руйнування, структурні межі в'язко-крихкого переходу та інші. У роботах О.Г. Колмакова, Е.М. Грінберга, А.А. Оксогоєва, І.В. Петракова, О.О. Потапова, метод мультифрактального аналізу застосовується не тільки для числового опису цифрових зображень металографічних структур, але й для фрактограм поверхонь руйнування та деформації реальних конструкційних матеріалів, а також карт розподілу механічних, фізичних властивостей по поверхні досліджуваного об'єкта.

В інституті надтвердих матеріалів імені В.Н. Бакуля НАН України ведуться роботи (М.В. Новіков, С.А. Клименко, Ю.О. Мельнійчук, М.Ю. Копейкіна) по застосуванню мультифрактального аналізу для оцінки структур твердих сплавів і їх зносостійкості. В роботах В.М. Мельник, В.Д. Рудя, Ю.А. Мельник (Луцький національний технічний університет, східноєвропейський національний університет імені Лесі Українки (Луцьк)) запропоновано метод стереолого-морфологічного аналізу порового простору порошкових

матеріалів. В цьому методі застосовуються вейвлет-перетворення та полігони Вороного (метод дискретних осей), вказується на рекомендації використання на практиці цифрової обробки РЕМ-зображень (РЕМ — растрова електронна мікроскопія) вейвлетів Хаара.

В інституті металофізики ім. Г.В. Курдюмова НАН України велись роботи під керівництвом д. ф.-м. н. О.Е. Засімчук та д. ф.-м. н. Ю.Г. Гордієнко по вивченню фрактальних структур на фольгах монокристалу алюмінію при невідомому циклічному розтягу.

Для обробки зображень з метою визначення фрактальних характеристик розроблені відповідні програмні продукти, найвідоміший з яких — програма MFRDrom (автор Г.В. Встовський, інститут металургії і матеріалознавства ім. О.О. Байкова РАН). На жаль, існуючі програмні продукти для визначення мультифрактальних характеристик зображень мають недоліки, такі як нестійкість використаного алгоритму (яка проявляється в залежності обчислених результатів від розміру цифрового зображення, його орієнтації тощо) та інші, що часом просто унеможливають відтворення розрахунків іншим дослідником, та призводить до сумнівів в їх достовірності.

Ось лише деякі з недоліків програмного комплексу MFRDrom — остання версія програмного комплексу розроблена ще за часів Windows 95, та погано працює на сучасних операційних системах; обмеженість розмірів зображень, що оброблюються (зокрема, потребує, аби розмір зображення був деяким ступенем натурального числа). Головний недолік програмного комплексу — нестійкість до різного роду спотворень зображення. Так, нами встановлено, що під час циклічного зміщення зображення килима Серпінського у 55,5% випадків програма MFRDrom дає нульове значення фрактальної розмірності  $D_0$ ; в інших 44,5% випадків значення  $D_0$  — від 1,893 до 1,930, а точне значення 1,893 виходить лише у 2,5% випадків.

Таким чином, широке розповсюдження мультифрактальних методів дослідження в матеріалознавстві при відсутності якісного інструментарію для їх застосування в дослідницькій діяльності робить безсумнівною актуальність розробки методики кількісної фрактальної характеристики структур з використанням стійких математичних методів і алгоритмів мультифрактального формалізму та їх програмної реалізації.

**Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.** Робота виконувалася в рамках тем: “Моделювання та обчислювальний експеримент в дослідженні фізико-механічних властивостей, властивостей інтерфейса та структуроутворення в гетерофазних композитах включаючи евтектичні” (№ держреєстрації 0115U002253, 2015–2017 рр.); “Побудова моделей та виконання на їх основі обчислювальних експериментів, які спрямовано на визначення, дослідження та прогноз фізико-механічних властивостей і оптимізацію технологій одержання конструкційних та захисних композитних матеріалів на основі сполук з ікосаедричними структурними фрагментами  $B_{12}C_3(B_4C)$ ,  $B_{12}O_x(B_6O)$ ,  $B_{12}Si_2(SiB_6)$ ,  $ALB_{12}$ ” (№ держреєстрації 0118U003061, 2018-2020 рр.); “Комп'ютерне конструювання нових перспективних ударостійких матеріалів на основі тугоплавких сполук” (№ держреєстрації 0120U100752, 2020-2021 рр.); проект SPS NATO 985070 “New shock-resisting boron-based ceramics: computer modeling, production, testing” (“Новітня ударостійка боридна кераміка: комп'ютерне моделювання, виробництво, тестування”), 2016-2019 рр.

**Мета та задачі дослідження.** Метою дисертаційної роботи є розробка методики математично визначеної кількісної характеристики фрактальних властивостей структури матеріалу по його електронно-мікроскопічному зображенню.

Досягнення поставленої мети дисертації вимагає розв'язання наступних основних задач:

- провести аналіз сучасних математичних методів, що застосовуються для характеристики фрактальних властивостей структури матеріалів за їх електронно-мікроскопічними зображеннями;
- розробити стійкий метод обчислення фрактальних та мультифрактальних характеристик електронно-мікроскопічних зображень структури матеріалів;
- реалізувати розроблений метод у вигляді комп’ютерної програми з інструкцією користування нею (робоче місце дослідника);
- провести верифікацію методики на модельних прикладах штучних регулярних фракталів;
- провести перевірку адекватності та ефективності запропонованої методики шляхом проведення порівняльного аналізу її результатів та результатів, одержаних із застосуванням традиційних методів електронної мікроскопії (у межах їхньої застосовності) для тестових матеріалів;
- розробити рекомендації по методиці спрямованого отримання зображень структури матеріалу для адекватного обчислення фрактальних та мультифрактальних характеристик структури, що досліджується.

*Об’єкт дослідження* — цифрові зображення структури матеріалу, отримані з застосуванням електронної мікроскопії.

*Предмет дослідження* — кількісні методи визначення фрактальних та мультифрактальних характеристик структури матеріалів за цифровими електронно-мікроскопічними зображеннями.

*Методи дослідження.* Для вирішення поставлених задач використовувалися такі методи: отримання зображень структури поверхні матеріалів за допомогою електронної мікроскопії; мультифрактальний аналіз зображень досліджуємих структур; метод чисельного моделювання; методи математичної

обробки результатів експерименту (метод найменших квадратів, методи інтерполяції, методи математичної статистики); застосування методів математичної обробки зображень для перетворення зображень у чорно-білі та для виділення границь на чорно-білих зображеннях; застосування мови програмування C++ і бібліотек для створення програм, які реалізують розроблені моделі та алгоритми обробки зображень та отримання їх фрактальних характеристик.

**Наукова новизна отриманих результатів** полягає в наступному:

- вперше розроблено стійкі методи та алгоритми реалізації математичних моделей застосування фрактального та мультифрактального формалізму для обробки зображень елементів структури на електронно-мікроскопічних зображеннях поверхні матеріалу;
- вперше створено програмне забезпечення, яке реалізує розроблені методи та алгоритми у вигляді комп'ютерної програми для обробки цифрового представлення зображень матеріалів;
- вперше розроблена методика застосована до вивчення фрактальних та мультифрактальних характеристик структури матеріалів та дослідження їх зв'язку з фізико-механічними властивостями досліджуваних матеріалів (для тестових матеріалів);
- вперше розроблено та обґрунтовано рекомендації по методиці отримання зображень структури матеріалів задля надійного адекватного обчислення фрактальних та мультифрактальних характеристик досліджуваних структур, а також по налагодженню та використанню програмного забезпечення робочого місця користувача;
- вперше запропоновано використання не тільки фрактальних характеристик зображень структури матеріалу, а й виділеної системи границь зерен. Розроблено та реалізовано алгоритм, що дозволяє виділити множину границь, існуючих в структурі, по її зображенню;

- вперше отримано кореляційну залежність між структурними характеристиками композиту  $AlB_{12}-AlN$  та його фізико-механічними характеристиками (зокрема, мікротвердістю шліфів);
- вперше встановлено кореляційну залежність мультифрактальних характеристик зразків осажденного магнетронним розпиленням титану з механічними характеристиками (твердістю і приведеним модулем пружності);
- вперше встановлено кореляційну залежність мультифрактальних характеристик зразків плівок хрому, які осажені в аргоні, з їх твердістю.

#### **Практичне значення одержаних результатів.**

- Розроблені стійкі методи та алгоритми реалізації математичних моделей фрактального та мультифрактального формалізму обробки електронно-мікроскопічних зображень поверхні матеріалу, та створено відповідне програмне забезпечення.
- Розроблені та обґрунтовані рекомендації по методиці отримання зображень структури матеріалів задля надійного адекватного отримання фрактальних та мультифрактальних характеристик досліджуваних структур.
- Показана можливість застосування розроблених методів і програмного забезпечення для отримання мультифрактальних характеристик різноманітних структур матеріалу, а також їх зв'язок з фізико-механічними властивостями досліджуваних матеріалів.
- Встановлено важливу роль фрактальних характеристик виділеної системи границь зерен (фаз) в кількісній характеристикації структури матеріалу.

**Особистий внесок здобувача.** Дисертація є узагальненням результатів досліджень, які були виконані автором в Інституті проблем матеріалознавства

НАН України під керівництвом к.ф.-м.н. В.В. Картузова. Наукові положення, що містяться в дисертації, отримані здобувачем самостійно. Автору належить розробка моделей та реалізація їх у вигляді програми, проведення обчислювального експерименту, обробка результатів та їх аналіз.

Постановка завдання роботи, обговорення результатів та формулювання висновків виконані спільно з науковим керівником, к.ф.-м.н. В.В. Картузовим.

Електронно-мікроскопічні зображення досліджуваних зразків гарячепресованих композитів системи  $AlB_{12}-AlN$  з різним вмістом  $AlN$  та їх фізико-механічні характеристики — підготовка зразків для мікроструктурного аналізу, вимірювання твердості та механічних властивостей — були одержані співавторами публікацій к.х.н. В.Б. Муратовим та к.х.н. О.О. Васильєвим.

Електронно-мікроскопічні зображення досліджуваних зразків плівок, отриманих магнетронним розпиленням  $Ti$  та осадженням  $Cr$  в аргоні були представлені к.ф.-м.н. Т.Г. Рогуль.

При підготовці публікацій та доповідей на міжнародних конференціях автор особисто писала основний текст після обговорення отриманих результатів із співавторами.

**Апробація роботи.** Основні результати роботи доповідалися і обговорювалися на постійно діючих семінарах ІПМ НАН України і фахових конференціях: Второй междисциплинарный симпозиум ФиПС-01 “Фракталы и прикладная синергетика”, 26–30 ноября 2001 г., Москва; Третий междисциплинарный симпозиум ФиПС-03 “Фракталы и прикладная синергетика”, 17–20 ноября 2003 г., Москва; Четвертый международный междисциплинарный симпозиум “Фракталы и прикладная синергетика "ФиПС-2005"”. Москва, 14–17 ноября 2005 г.; Конференция “Деформация и разрушение материалов и наноматериалов” DFMN-2011, Москва, институт металлургии и материаловедения им. А.А. Байкова РАН, 25-28 октября, 2011; 41<sup>st</sup> Int’l Conf & Expo on Advanced



Ceramics & Composites (ICACC'17, 22-27 January, 2017 Daytona Beach, Florida, USA); Project meeting on April 5, 2018 during 2018 Much Conference, April 4-6, Annapolis, Maryland, USA; 10-th International Conference “Advanced Materials and Technologies: from idea to market”. 24–26 October, 2018, Ninghai, China; 6th International Conference HighMathTech 2019, October 28–30, 2019, Kyiv, Ukraine; VI наукова конференція “Нанорозмірні системи: будова, властивості, технології” НАНСИС–2019, Україна, Київ, 4–6 грудня 2019 р.; 1<sup>st</sup> International Research and Practice Conference “Nanoobjects & Nanostructuring” (N&N – 2020), September 20–23, 2020, Lviv, Ukraine.

**Публікації за матеріалами дисертації.** Основні результати дисертаційної роботи опубліковано у 11 друкованих статтях (у тому числі 5 у фахових наукових виданнях України (з них 1 стаття у виданні України, яке включено до міжнародних наукометричних баз даних), 2 статті у міжнародному виданні) та 7 тез наукових конференцій.

**Структура та обсяг роботи.** Дисертаційна робота складається зі вступу, 3 розділів, висновків, списку використаної літератури та 2 додатків. Загальний обсяг дисертації становить 137 сторінок, 45 рисунків та 4 таблиць, список використаних джерел на 105 найменувань.

## РОЗДІЛ 1. ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ

Одним з основних завдань фізики твердого тіла в галузі матеріалознавства є завдання знаходження та обґрунтування взаємозв'язку структури і фізичних властивостей матеріалів. Матеріалознавство оперує різними характеристиками розроблюваних матеріалів — фізичними (наприклад, щільність, електропровідність, теплопровідність), хімічними (наприклад, стійкість до тих чи інших сполук), механічними (такими як модуль Юнга, міцність, твердість) і іншими. Останнім часом дуже важливу роль серед всіх характеристик матеріалу відіграють характеристики структури. Це розуміння привело до широкого впровадження відповідних методів дослідження структури матеріалів.

Зараз нараховуються десятки різних методів вивчення структури матеріалів, більшість з яких використовує в якості зондуєчого випромінювання фотони, електрони, нейтрони або іони, в першу чергу із застосуванням оптичних і електронних мікроскопів. При вивченні структура матеріалів описується на якісному і кількісному рівнях. Наприклад, фази не тільки ідентифікують, а й визначають їх об'ємні частки. Стереографічні співвідношення дозволяють визначити об'ємну частку фаз і розмір зерен шляхом вивчення поперечного перерізу зразка. На якісному рівні опис структури полягає в ідентифікації фаз, визначенні їх морфології (розміру і форми) і хімічного складу. Довгий час опис структури реальних матеріалів носив якісний характер (дрібнозерниста, грубозерниста, дендритна та інше), що істотно обмежувало можливості їх вивчення і застосування.

На кількісному рівні кристалографічними методами визначається атомна структура, просторові співвідношення між параметрами структури (стереологія), і хімічний склад (мікроаналіз). По суті, основними кількісними характеристиками структури матеріалу довгий час були такі суто статистичні параметри, як усереднений розмір зерен (набагато рідше — їх розподіл за розмірами) або довжина границь зерен.

З деталями структури безпосередньо пов'язано багато властивостей матеріалів. Такі властивості називаються структурно-чутливими властивостями матеріалу. Як приклад можна привести межу плинності, вельми чутливу до зміни структурних параметрів — розміру зерен, густини дислокацій, об'ємної частки частинок другої фази. Іншими прикладами структурно-чутливих характеристик є теплопровідність і електропровідність. Дуже яскравим прикладом структурно-чутливої характеристики є в'язкість руйнування, яка визначає здатність матеріалу протистояти поширенню тріщини.

Важливим аспектом встановлення взаємозв'язку між структурою і властивостями матеріалів є знання механізмів формування та походження контрасту зображення в сукупності з аналізом зв'язку зображення зі структурою матеріалу (такий аналіз називається стереологією). Саме тому не можна повністю усунути людину з процесу отримання структурних характеристик матеріалів, в тому числі мультифрактальних, про що буде сказано нижче.

### **1.1. Фрактали — поняття та історія розвитку**

З появою в науці поняття *фракталів* [1, 2] стала стрімко зростати кількість публікацій, в яких фрактали використовувалися для опису тих чи інших фізичних процесів і явищ.

Перед тим, як перейти до застосування фракталів для характеристики структури матеріалу, розглянемо коротко, що ж таке фрактали. Цікаво, що поява в математиці фракталів (які тоді ще не носили цю назву) понад 100 років тому була, як і в разі багатьох інших концепцій, зустрінута з нерозумінням і запереченням. Раніше вважалося, що фрактали цікаві, але радше для чистих математиків, що займаються якимись відірваними від реального життя концепціями. Ситуація змінилася після виходу в світ книги Бенуа Мандельброта [1] — фрактальна геометрія поступово була визнана і стала

шанованою прикладною наукою. У своїй роботі Мандельброт настільки барвисто, ясно і чітко описує появу фрактальної геометрії, що буде доречно навести його, нехай і дещо довгий, опис дослівно. *“Чому геометрію так часто називають “холодною” та “сухою”? Одна з причин — її нездатність описати форму хмари, гори, дерева або берегової лінії. Хмари не є сферами, гори — конусами, берегові лінії не можна зобразити за допомогою кіл, кору дерев не назвеш гладкою, а шлях блискавки — прямолінійним.*

*У більш загальному вигляді я заявляю, що багато форм Природи настільки неправильні і фрагментовані, що в порівнянні з Євклідовими фігурами (євклідовим в даній роботі ми будемо називати все, що відноситься до звичайної геометрії) Природа демонструє не просто вищий ступінь, але зовсім інший рівень складності. Кількість різних масштабів довжини в природних формах можна вважати нескінченною для яких завгодно практичних завдань.*

*Існування таких феноменів кидає нам виклик і спонукає зайнятися детальним вивченням тих з форм, які Євклід відклав в сторону через їх “безформність” — досліджувати, так би мовити, морфологію “аморфного”. Математики ж знехтували цим викликом і вважали за краще бігти від природи шляхом винаходу всіляких теорій, які ніяк не пояснюють того, що ми бачимо або відчуваємо.*

*Ризикнувши відповісти на виклик, я задумав і розробив нову геометрію Природи, а також знайшов для неї застосування в багатьох різноманітних областях. Нова геометрія здатна описати багато з неправильних і фрагментованих форм в навколишньому світі і породити цілком закінчені теорії, визначивши сімейство фігур, які я називаю фракталами. Найбільш корисні фрактали включають в себе елемент випадковості; як правильність, так і неправильність їх підпорядковується статистичним законам. Крім того, описувані тут фігури прагнуть до масштабної інваріантності, тобто ступінь їх неправильності і/або фрагментації незмінна у всіх масштабах.*

*Центральне місце в цій роботі займає фрактальна (або хаусдорфова) розмірність.”*

Фрактальна геометрія дала офіційне підтвердження факту можливої нецілочисельної розмірності простору станів для багатьох реальних досліджуваних систем. Єдиного визначення, що ж таке фрактал, не існує, так що в даній роботі приймемо, що *фрактал* — це об’єкт (множина точок), розмірність якого менше розмірності простору, в яке він вкладений. При цьому його розмірність строго більше топологічної розмірності (звичайної евклідової розмірності, рівній 0 для точки, 1 для лінії, 2 для площині і 3 для об’єму). Можна також визначити фрактал як об’єкт (множину точок), який має геометричну дробову розмірність і властивість самоподібності.

В якості основних властивостей фрактальної множини  $F$  можна вказати наступні [3]:

1. множина  $F$  має тонку структуру, тобто містить довільно малі масштаби;
2. множина  $F$  занадто нерегулярна, щоб бути описаною традиційною геометричною мовою;
3.  $F$  має деяку форму самоподібності, допускаючи наближену або *статистичну*;
4. зазвичай “фрактальна розмірність” множини  $F$  більше, ніж її топологічна розмірність;
5. в більшості цікавих для практики випадків  $F$  визначається дуже просто, наприклад, рекурсивно.

Таким чином, сувора геометрична самоподібність не є необхідною умовою для того, щоб об’єкт вважався фрактальним. Звичайно, в ідеальному випадку така самоподібність призводить до того, що фрактальний об’єкт виявляється інваріантним щодо розтягувань, тобто йому притаманна дилатаційна симетрія, яка передбачає незмінність основних геометричних особливостей фрактала при зміні масштабу.

Для реального, природного фрактала є певний мінімальний масштаб довжини  $l_{\min}$  такий, що на відстанях  $l \leq l_{\min}$  його основна характеристика — самоподібність — пропадає. Крім того, властивість самоподібності порушується також на досить великих масштабах довжин,  $l > l_{\max}$ , де  $l_{\max}$  — характерний геометричний розмір об'єктів. Таким чином, слід розглядати фрактальні властивості природних фракталів тільки при масштабах, які відповідають співвідношенню  $l_{\min} \ll l \ll l_{\max}$  [4].

Відзначимо, що властивість точної самоподібності характерна лише для регулярних фракталів. Якщо замість детермінованого способу побудови включити в алгоритм створення фрактала певний елемент випадковості (як це буває, наприклад, в процесах дифузійного росту кластерів, електричному пробі тощо), то виникають так звані випадкові фрактали. Основна їхня відмінність від регулярних полягає в тому, що властивості самоподібності справедливі тільки після відповідного усереднення за всіма статистично незалежними реалізаціями об'єкта. При цьому збільшена частина фрактала не є в точності ідентичною вихідному фрагменту, при тому що їх статистичні характеристики збігаються.

Основною характеристикою фрактального об'єкта є його розмірність, яку Мандельброт [1] характеризує як “кількість просторових вимірів, або ступінь багатовимірності”. Ідеї про дробову розмірність з'явилися ще на початку ХХ століття. У 1925 році Феліксом Хаусдорфом був введений спосіб обчислення розмірності [2] (розвинений згодом А.С. Безіковичем), на якому засновані практично всі сучасні способи її обчислення. Детальніше це питання і визначення геометричній розмірності Хаусдорфа–Безіковича буде висвітлено пізніше, при розгляді формалізму фрактальної геометрії.

## 1.2. Застосування фракталів в фізиці та матеріалознавстві

Одними з перших областей фізики, в яких стали застосовуватися фрактальні моделі, були теорія передачі сигналів і теорія шумів, так що в даний час застосування принципів фрактальної геометрії і фрактальної фізики отримало не лише теоретичне обґрунтування, а й реальне практичне застосування в таких галузях радіоелектроніки, як розробка антенних і радіолокаційних пристроїв, дискретних елементів і навіть комп'ютерних мереж [5 – 8].

Наприклад, досить широкого поширення набули так звані фрактальні антени [9 – 11], в розробці яких застосовується фрактальна геометрія. В області інформатики набув поширення метод фрактального стиснення інформації, побудований на ідеї про те, що замість самого зображення можна зберігати стискуєче відображення, для якого це зображення (або деяке близьке до нього) є нерухомою точкою (див., наприклад, [12]). В області комп'ютерних мереж можна згадати систему призначення IP-адрес в мережі Netsukuku [13], яка використовує принцип фрактального стиснення інформації для компактного збереження інформації про вузли мережі. Застосування принципу фрактального стиснення інформації гарантує повністю децентралізовану, а отже, максимально стійку роботу всієї мережі.

Відповідні роботи з'явилися і в матеріалознавстві (серед їх авторів слід відзначити групу В.С. Іванової, Г.В. Встовського з Інституту металургії та матеріалознавства ім. О.О. Байкова (Москва), В.І. Большакова, В.Н. Волчука з Придніпровської державної академії будівництва та архітектури (Дніпро) та інших дослідників з різних інститутів матеріалознавчого профілю). У цих роботах їх автори застосовували теорію фракталів та одержували з її допомогою кількісні характеристики для опису структур, а далі пов'язували їх з традиційними фізичними та механічними характеристиками матеріалів, причому ці дослідження ведуться вже не одне десятиліття [14, 15]. Звичайно, визначення фрактальних характеристик не є самоцінною діяльністю, і не в змозі підмінити

дослідника, роль якого, особливо в області мікроскопії, важко недооцінити. Як зазначається в роботі відомих фахівців з електронної мікроскопії П. Хірша, А. Хови і ін. [16], *“навіть самий звичайний перегляд і зйомка кристалічного об’єкту в електронному мікроскопі є по-справжньому творчою роботою, і ... виконати її результативно може лише всебічно підготовлений дослідник. Попередній аналіз картин, які спостерігаються на екрані мікроскопа, і в ще більшій мірі аналіз отриманих мікрофотографій і електронограм вимагають постійного зіставлення теоретично мислимих і реально спостережуваних ефектів дифракційного контрасту на деталях структури об’єкта, природа яких саме шляхом такого зіставлення і з’ясовується”*. Фрактальний аналіз одержуваних зображень покликаний не замінити дослідника, а ввести в його арсенал методів аналізу структури кількісну, математично визначену характеристику зображень (які до цього часто характеризувалися виключно якісно) структури матеріалу (фізичний зміст якої поки ще недостатньо ясний). При цьому отримання кількісної характеристики має бути максимально об’єктивним, тобто якомога менше залежати від дій і переваг дослідника.

Як приклади таких досліджень фрактальних характеристик структури матеріалу можна вказати безліч робіт останніх десятиліть, присвячених цій тематиці. Розглянемо деякі з них.

Природно, що однією з основних характеристик, що впливають на фрактальність структури матеріалу, є пористість. Так, в роботі [17] розглядається фрактальна розмірність границь міжзеренних та внутризеренних пор в залізі. В роботі [18] розглядається залежність фрактальної розмірності від пористості матеріалу і показується наявність трьох ділянок — для малої пористості, яка характеризується ізольованими порами, середньої пористості, яка характеризується наявністю кластерів пор, і для високої пористості з великими розмірами пор з гладкою поверхнею.

У статті [19] представлений не тільки докладний аналіз фрактальної геометрії клітинних дислокаційних структур, які спостерігаються в деформо-



ваних мідних зразках, але і розглянуті деякі подробиці обчислення фрактальної розмірності по оцифрованих зображеннях, отриманих методами просвічуючої електронної мікроскопії.

У роботах [20, 21] методи фрактальних досліджень застосовані при аналізі структуроутворення металів при зварюванні. У цих роботах реалізація авторського алгоритму обчислення фрактальних характеристик використовувала програмні засоби Mathcad і MATLAB.

В роботі [22] при дослідженні фрактальних характеристик дислокаційних структур маловуглецевої високоміцної сталі типу 09ХНЗМД використовувався програмний пакет “Фрактал”, розроблений авторами статті. На жаль, у подібній роботі [23], присвяченій структурним дослідженням перлітових сталей, способи отримання використовуваних авторами фрактальних характеристик зображень не вказані. В роботі [24] представлена методика комп’ютерної обробки мікроскопічних знімків внутрішньої будови сталей. Дана методика дозволяє реалізувати концепцію мультифрактальної параметризації дислокаційної структури і отримати додаткові дані для оцінки структурно-механічного стану металу після зовнішніх впливів.

В роботах [25, 26] за допомогою використаного автором програмного забезпечення (взятого з [27]) підраховується фрактальна розмірність структури металу при різних збільшеннях та з різним номером зерен відповідно ГОСТ 5639–82. Наведено аргументований вибір ферито-перлітних сталей та показано, до якої структури металу можливо застосовувати метод фрактального аналізу та знаходити кореляції із фізико-механічними властивостями.

В роботах [28, 29] проведена мультифрактальна параметризація зеренної будови гетерогенних п’єзоактивних середовищ — пористих керамік ніобату натрію  $\text{NaNbO}_3$ , виготовлених за різних умов. Встановлено, що в міру наростання сумарної площі поверхні пор відбуваються зміни характеру зерен структури  $\text{NaNbO}_3$ . Мультифрактальні параметри дозволяють визначати обла-

сті пористості для досягнення екстремальних значень п'єзоанізотропії і сигналізують про початок деструктивних явищ в пористих кераміках ніобату натрію.

Важливість не просто фрактального, а саме мультифрактального підходу показана, наприклад, в роботах [30, 31], де робиться висновок, що для прогнозу механічних властивостей валкового чавуну із пластинчастою формою графіту доцільно використовувати його оцінки розмірностей  $D_0, D_1, D_2$ .

В інституті металофізики ім. Г.В. Курдюмова НАН України велись роботи під керівництвом д.ф.-м.н. О.Е. Засімчук та д.ф.-м.н. Ю.Г. Гордієнко по вивченню фрактальних структур на фольгах монокристалу алюмінію при невідомому циклічному розтягу [32, 33].

В інституті надтвердих матеріалів імені В.Н. Бакуля НАН України ведуться роботи (М.В. Новіков, С.А. Клименко, Ю.О. Мельнійчук, М.Ю. Копейкіна) по застосуванню мультифрактального аналізу для оцінки структур твердих сплавів і їх зносостійкості [34 – 37].

Провівши цілий ряд досліджень, в яких розглядався взаємозв'язок між параметрами, що характеризують поведінку полімерів при ударному навантаженні, і фрактальною розмірністю поверхні руйнування, автори [38] вказали на відсутність фізичних підстав для кореляції ударної в'язкості  $A_p$  і фрактальної розмірності поверхні руйнування  $D_p$  для полімерів, але такі підстави існують для кореляції характеристик пластичності ( $G_{Ic}$  або  $\gamma$ ), де  $G_{Ic}$  — пластичність полімеру, а  $\gamma$  — величина питомої поверхневої енергії, з фрактальною розмірністю  $D_p$ .

З точки зору фрактальності досліджуються не тільки двовимірні зображення структур, а й тривимірні об'єкти, наприклад такі, що представляють шорсткість матеріалу. Так, в роботі [37] досліджуються фрактальні характеристики захисних покриттів на основі отриманих за допомогою скле-

рометра сканограм поверхні. У роботі робиться висновок про те, що фрактальність структури і властивостей оброблюваного матеріалу безпосередньо впливає на такі технологічні параметри, як режими різання, знос ріжучого інструменту або якість обробленої поверхні.

В роботі [39] метод фрактального аналізу застосовано для опису площі поверхні мікрорельєфу, що формується торцевим фрезеруванням при різних значеннях швидкості подачі. Розглядаються умови отримання фотографій поверхні зразків і наводиться аналіз залежності фрактальних параметрів рельєфу поверхні від просторових масштабів його досліджень. Наводяться кількісні залежності між хаусдорфовими розмірностями площі поверхні мікрорельєфу пластин та швидкістю подачі заготовок.

В роботі А.В. Паніна [40] також досліджуються фрактальні властивості шорсткості поверхні. Дану роботу слід особливо відзначити як з теоретично-методологічної точки зору, оскільки в ній для вивчення фрактальних властивостей описані і використані кілька способів визначення фрактальних розмірностей (метод покриття, метод показника Херста і метод триангуляції), так і з експериментально-прикладної, тому що в ній показано, що структура може характеризуватися різними фрактальними характеристиками в різних діапазонах розмірів. Так, у згаданій роботі показано, що досліджувані плівки  $\text{SiO}_2$  характеризуються двома діапазонами фрактальності з різними значеннями фрактальної розмірності, а саме діапазоном, в якому розмір зображення значно перевищує середній розмір зерен на поверхні плівки, і діапазоном, коли розмір зображення стає порівняним із середнім розміром зерен.

З наведеного огляду видно, що в даний час фрактальний підхід в матеріалознавстві проходить стадію емпіричного застосування — коли основним завданням є набір даних і їх осмислення. Однак є і теоретичні роботи, в яких фрактальні характеристики входять в моделі, що описують фізичні властивості і поведінку матеріалів. Так, продовжуючи тему шорсткості поверхні, можна згадати роботи Ф.М. Бородіча [41 – 43], в яких розробляються теоретична мо-

дель фрактальної шорсткою поверхні і модель тертя фрактальної поверхні. Зокрема, в [41] отримані асимптотичні степеневі закони залежності навантаження від глибини вдавлювання для шорсткуватих штампів з фрактальної поверхнею, причому в цих законах використовуються показники, які явно залежать від фрактальних розмірностей відбитка і контуру штампа, а отримані теоретичні результати узгоджуються з наявними експериментальними даними.

Як інший приклад таких теоретичних робіт можна привести дослідження А.С. Баланкіна [44 – 46], Ф.М. Бородіча [47] або В.В. Новікова [48] (в яких розвивається фрактальна теорія пружності і руйнування матеріалів), а також роботу [49], присвячену математичним питанням моделювання дискретних самоподібних структур. Таким чином, фрактальні характеристики можуть розглядатися не тільки як додаткові кількісні характеристики структури матеріалу, але і як параметри тих чи інших теоретичних фізичних моделей в матеріалознавстві.

Як видно з представленого огляду, в подібного роду роботах найчастіше в принципі відсутній опис використаної методики обчислення фрактальних характеристик, а там, де воно присутнє — це зазвичай посилання на деяке “відповідне програмне забезпечення”. Фактично майже кожен автор створює власні програми для обробки зображень і обчислення тих чи інших кількісних фрактальних характеристик. Природно, що це призводить як мінімум до того, що результати, отримані одним колективом дослідників, практично неможливо повторити іншому колективу та зробити висновок про адекватність отриманих результатів.

Більш того, оскільки існують різні математичні визначення *фрактальної розмірності* (наприклад, розмірність Мінковського і розмірність Хаусдорфа [2, 50]), в будь-якій роботі бажано точно вказувати, яка саме фрактальна модель використана, і який алгоритм прорахунку обраний відповідно до зазначеної моделі. Однак найкращим рішенням було б застосування деякого уніфікованого інструментарію для отримання фрактальних характеристик, причому

такий інструментарій повинен бути максимально об'єктивний в тому сенсі, що обчислювані їм результати повинні якомога менше залежати від переваг і дій дослідника.

Типова схема дослідження характеристик структур матеріалу з використанням тієї чи іншої технології мікроскопії і згаданого уніфікованого програмного забезпечення має вигляд, представлений на рис. 1. (Два шляхи від підготовленого зразка до оцифрованого зображення відповідають більш традиційному підходу з отриманням аналогового зображення (наприклад, на фотопері), яке потім оцифровується, і більш сучасному обладнанню, яке створює оцифроване зображення безпосередньо.)

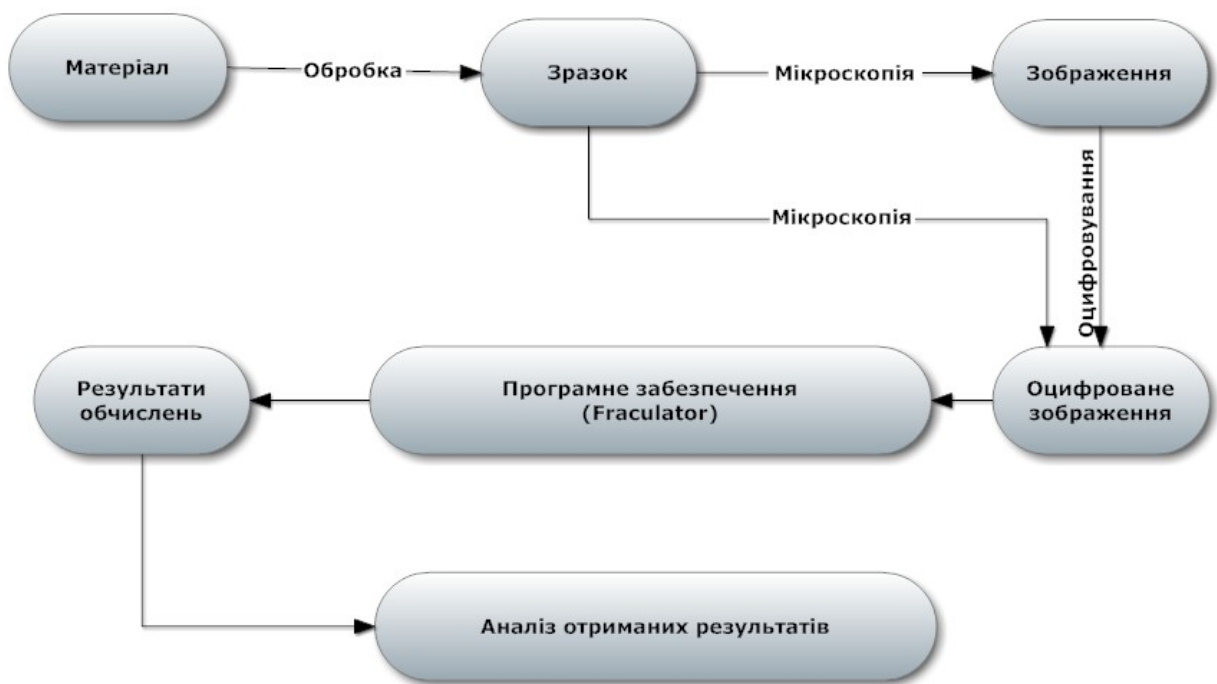


Рисунок 1. Типова схема дослідження структурних характеристик матеріалу

По суті, такий уніфікований інструментарій в змозі працювати тільки з оцифрованими зображеннями, отриманими з використанням тієї чи іншої технології обробки самого матеріалу, а також отримання і оцифровки зображень. Оскільки саме по собі програмне забезпечення ніяк не може впливати на процеси підготовки зразків і отримання оцифрованих зображень, останні не мо-

жуть бути предметом дослідження даної роботи, представляючи великий і детально досліджений пласт експериментального матеріалознавства. Тому в роботі можна обмежитися деякими загальними рекомендаціями, спрямованими на те, щоб одержувані зображення матеріалу мали однакові характеристики у різних груп дослідників.

### **1.2.1. Програмне забезпечення для обчислення фрактальних характеристик**

Спроби створення такого програмного забезпечення для обчислення фрактальних характеристик робилися і раніше. Можна згадати програму FRACTAN 4.4 В.В. Сичова [51] і комплекс ImageJ, розроблений в National Institute of Health [52]. Однак, мабуть, найбільш широко поширеним серед дослідників в галузі матеріалознавства є програмний комплекс MFRDrom [53, 54]. Є багато робіт, що використовують цей програмний комплекс (в основному це роботи вчених колишнього СРСР, зокрема, вже згаданих раніше В.С. Іванової, Г.В. Встовського, В.І. Большакова, В.Н. Волчука та інших). Ось лише деякі з них.

В [55, 56] ця програма використана при вивченні мікроструктури поверхні анодних оксидів з використанням зображень, отриманих за допомогою растрової електронної мікроскопії. Робота [57] присвячена вивченню зв'язку структури і механічних властивостей перлітових сталей. У ній обробка оцифрованих зображень, отриманих за допомогою мікроскопа МПМ-1К і фотоапарата Pentax Optio 550, також проводилася з застосуванням комплексу MFRDrom.

В роботі [58] програма MFRDrom застосовувалася для дослідження мультифрактальних характеристик зображень зламів (в процесі накопичення втомних пошкоджень) гетерогенного зварного з'єднання сталей марок 17Г1СУ і 09Г2ФБ. Самі зображення були зроблені за допомогою електронного низьковокуумного енергодисперсійного скануючого мікроаналізатора JEOL JSM —

6460 LV (фірми OXFORD Instruments). Робота [59], в якій мультифрактальні характеристики використані для кількісного опису поверхні пористого кремнію, також заснована на застосуванні програми MFRDrom, як і, наприклад, роботи [60] або [61]. В роботі [62] програма MFRDrom використовувалася при дослідженні процесів пластичної деформації.

В роботі [63] досліджено металографічні зображення структур сталей і їх твердість по Віккерсу. Об'єктами досліджень виступали зварні з'єднання, виготовлені з жароміцної аустенітної сталі 10X11H20T2P. В роботі знайдена кореляція між механічними властивостями матеріалів і параметрами однорідності та впорядкованості їх мікроструктури. За допомогою мультифрактального аналізу встановлено зв'язок умов підготовки металографічних шліфів з результатами параметризації мікроструктур.

Ці та багато інших робіт демонструють, що MFRDrom в певній мірі стала серед дослідників колишнього СРСР стандартом de facto. Короткий опис того, які саме характеристики, обчислювані MFRDrom, слід використовувати при мультифрактальній параметризації структури матеріалів, можна знайти в [64].

Однак при всій привабливості MFRDrom не можна не згадати про низку її недоліків, в першу чергу — відсутність підтримки і розвитку (програма написана для версії Windows 95 і в нових версіях операційної системи може просто зависати), обмеженість розмірів оброблюваних зображень (до 2000×2000), а головне — її нестійкість при обчисленні фрактальних характеристик. Проведені дослідження [65] показали, що використаний при розробці MFRDrom алгоритм дає досить нестійкі результати навіть при роботі з модельними об'єктами (килим Серпінського). Так, як виявилось, при циклічному зсуві зображення килима Серпінського в 55,5% випадків програма MFRDrom дає нульове значення фрактальної розмірності  $D_0$ ; в інших 44,5% випадків значення  $D_0$  коливається від 1,893 до 1,930, причому точне значення 1,893 отримується тільки в 2,5% випадків.

Нітрохи не краща ситуація і при розмірах зображень, які не є точним ступенем деякого значення — в цьому випадку, при зменшенні розміру зображення по одному пікселю, в 57% випадків програма MFRDrom дає нульове значення фрактальної розмірності  $D_0$ ; в інших 43% випадків значення  $D_0$  коливається від 1,880 до 2,000.

Обчислювальний експеримент на модельному об'єкті (килімі Серпінського) показав, що ситуацію не рятує і усереднення розрахункових даних по великій кількості зображень. Тому ставитися до результатів, отриманих за допомогою програми MFRDrom, слід з певною обережністю; використовувати її в якості уніфікованого інструментарію для визначення фрактальних характеристик зображень, по суті, неможливо.

З усього сказаного впливає один з основних пунктів постановки задачі досліджень даної роботи — *розробка методу визначення фрактальної розмірності двовимірного зображення структури шляхом розробки відповідного стійкого алгоритму і його реалізації у вигляді програмного забезпечення, яке можна використовувати в якості стандартного, уніфікованого комп'ютерного інструментарію для отримання фрактальної розмірності зображень структури матеріалів.*

### **1.2.2. Мультифрактальність як подальший розвиток теорії фракталів**

Фрактальна розмірність є важливою самоцінною кількісною характеристикою, яка описує структурні особливості тих чи інших об'єктів. Таким чином, рішення поставленого завдання забезпечує дослідника інструментом, який надає можливість точного і стійкого визначення цієї характеристики для широкого діапазону фрактальних об'єктів.

Однак бувають ситуації, коли єдиної цієї чисельної характеристики виявляється недостатньо. Як показує практика застосування фрактального під-



ходу в матеріалознавстві, “чисті” фрактали, які мають в широкому діапазоні розмірів одну й ту саму ступінь самоподібності, зустрічаються вкрай рідко. Тому в разі складніших структур фрактальна розмірність, як єдина кількісна математично визначена характеристика структури, відіграючи свою позитивну роль в характеристизації структури матеріалів, виявляється недостатньою.

Крім того, сама фрактальна розмірність реального об’єкта не є абсолютною константою, як у випадку модельних об’єктів типу килима Серпінського, і залежить від масштабу розгляду фрактального об’єкта. І знову неможливо обійтися без розгорнутої цитати з книги Б. Мандельброта [1]: *“скрутимо з товстої нитки діаметром 1 мм кулю діаметром 10 см і розглянемо приховані в такому клубку ефективні розмірності. Віддаленому спостерігачеві наш клубок здається фігурою з нульовою розмірністю, тобто точкою. З відстані в 10 см шар з ниток виглядає як тривимірне тіло, а з відстані в 10 мм — як безладне переплетення одновимірних ниток. На відстані в 0,1 мм кожна нитка перетвориться в товсту колону, а вся структура цілком знову стане тривимірним тілом. На відстані 0,01 мм колони перетворяться в переплетення волоконцець — куля знову стане одномірною. При подальшому наближенні процес стає періодичним — розмірність спостерігаємої фігури перемикається з одного значення на інше і навпаки. Нарешті, коли клубок перетвориться в скупчення, що складається з якогось кінцевого числа точок, що мають розміри порядку атомних, його розмірність знову стає рівною нулю. ... Той факт, що чисельний результат може і повинен залежати від співвідношень між об’єктом і спостерігачем, не тільки цілком в дусі сучасної фізики, а й являє собою гідний наслідування приклад.*

*Більшість об’єктів ... схожі на наш нитяний клубок: вони демонструють цілу послідовність різних ефективних розмірностей.”*

Таким чином, реальний фрактальний об’єкт часто неможливо охарактеризувати єдиним кількісним параметром. У загальному випадку фрактальні характеристики об’єкта залежать не тільки від розглянутого масштабу, а й від

структури об'єкта. І якщо в першому випадку можна обмежитися розглядом значення фрактальної розмірності для різних масштабів об'єкта, то складні структури, які для конкретного масштабу можна розглядати як деяку композицію фракталів з різними характеристиками, не вдається охарактеризувати таким чином. Такі складні структури називаються *мультифракталами*.

В даний час при вивченні фрактальних характеристик тих чи інших об'єктів все частіше використовується мультифрактальний підхід до досліджень, який складається “в розкладанні досліджуваної множини зі складною статистикою на множини однорідних фракталів з чітко вираженою фрактальною розмірністю” [66]. Навіть найпростіші моделі мультифракталів, наприклад, таких, що складаються з двох фракталів різної розмірності, дають цікаві теоретичні результати — наприклад, в [67] показано, що мультифрактальна розмірність досліджуваного об'єкта завжди менше будь-якої фрактальної розмірності фігур, з яких складається цей мультифрактальний об'єкт.

В даний час мультифрактальна параметризація (МФП) в характеристиці структури матеріалів переживає період розвитку і становлення; працюють цілі наукові колективи під керівництвом А.Г. Колмакова, І.Ж. Буніна, І.Р. Кузеєва, Е.М. Грінберга, А.А. Оксогоєва, І.В. Петракової, О.Б. Бавикіна, А.А. Потапова. Є приклади успішного застосування методу МФП як до зображень структури матеріалів, так і до фрактограм поверхонь руйнування та деформації реальних конструкційних матеріалів або, наприклад, до карт розподілу механічних і фізичних властивостей по поверхні досліджуваного об'єкта.

Наприклад, в роботі [68] переконливо показана інформативність методу мультифрактальної параметризації стосовно оцінки впливу термічної обробки на процес структуроутворення литої корозійностійкої сталі 09Х16Н4БЛ. Метод МФП сприяв встановленню кількісного зв'язку мультифрактальних параметрів однорідності  $\Delta_q$  і впорядкованості  $f_q$  структури з керуючим параметром структуроутворення Cr/Ni, розміром аустенітного зерна і механічними характеристиками сталі. В роботах [69, 70] показано, що отримані результати до-

бре відповідають експериментальним даним, що демонструє наявність взаємозв'язку між мультифрактальними характеристиками металу оболонкових конструкцій і співвідношенням механічних характеристик, та дає можливість розгляду цього кількісного взаємозв'язку як фактора встановлення залишкового ресурсу подібних металевих конструкцій з заявленими геометричними формами.

Згідно з твердженнями В.С. Іванової та учнів [14, 62, 71], зміни в системі певних умов (керуючих факторів) провокують утворення якісно нових структур в макроскопічному масштабі, що здатні перебувати в різних станах, стійкість яких підтримується безперервним припливом речовини або енергії в систему. Ефекти таких станів полягають у розвитку нестійкості різних масштабів, обумовленої конкуренцією стабілізуючих та збурюючих вкладень, внаслідок чого система отримує крупномасштабні кореляції за рахунок виникнення самоорганізації та отримує неоднорідний розподіл властивостей і структурно-чутливих параметрів. Так, в роботі [72] показано, що процеси здобуття системами неоднорідностей призводять до їх самоподібності і можуть поширюватися на інші масштаби, що зумовлює появу у систем принципово нових властивостей.

Звідси випливає наступний з основних пунктів постановки задачі досліджень даної роботи — *розробка методу визначення мультифрактальних характеристик двовимірного зображення структури шляхом розробки відповідного стійкого алгоритму і його реалізації у вигляді програмного забезпечення, яке можна використовувати в якості стандартного, уніфікованого комп'ютерного інструментарію для отримання мультифрактальних характеристик зображень структури матеріалів.*

### **1.3. Висновки до розділу 1**

1. Кількісні характеристики структури матеріалів, що використовуються на даний момент в матеріалознавстві, не дають можливості повного

всебічного опису всіх тонкощів структури, які мають вплив на експлуатаційні характеристики матеріалів.

2. Фрактальна геометрія та мультифрактальний формалізм є більш досконалою мовою кількісного опису структур, що базується на принципах, відмінних від тих, що традиційно застосовуються для такого опису.
3. Вивчення літературних джерел показує, що практичне застосування фрактальної геометрії та мультифрактального формалізму дає можливість забезпечити матеріалознавство ще одним інструментом кількісного опису структури матеріалів.
4. Розповсюдження фрактальних методів дослідження в матеріалознавстві при відсутності якісного інструментарію для їх застосування в дослідницькій діяльності робить безсумнівною актуальність розробки методики кількісної фрактальної характеристики структур з використанням стійких математичних методів і алгоритмів мультифрактального формалізму та їх програмної реалізації.

## **РОЗДІЛ 2. РОЗРОБКА МЕТОДИКИ ДОСЛІДЖЕННЯ ФРАКТАЛЬНИХ ТА МУЛЬТИФРАКТАЛЬНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЗОБРАЖЕНЬ СТРУКТУРИ МАТЕРІАЛУ**

Створення методики дослідження фрактальних та мультифрактальних характеристик зображень структури матеріалу з використанням розробленого програмного забезпечення починається з вибору та адаптації до поставлених задач існуючої математичної моделі, яка є фундаментом для побудови відповідних алгоритмів та реалізуючого їх програмного забезпечення.

У даному випадку математичні моделі фрактальної геометрії відомі і ретельно опрацьовані, отож залишається тільки розглянути конкретну обрану математичну модель та адаптувати її до обробки зображень структури матеріалів. Розглянемо, що ж собою являє фрактал як об'єкт з дробовою розмірністю, як саме він визначається і які характеристики (які можуть бути обчислені) має.

### **2.1. Математичні основи фрактальної геометрії та мультифрактального формалізму**

#### **2.1.1. Фрактали, фрактальна розмірність і метод її обчислення**

Розглянемо спочатку класичне визначення розмірності по Хаусдорфу, а потім перейдемо до його застосування до різних фрактальних структур. Ідея фрактальної розмірності лежить в нетрадиційному поданні масштабу і розмірності. Для звичайних, нефрактальних об'єктів застосовуються традиційні поняття геометрії, які формують масштаб відповідно до уявлень про простір, в якому містяться об'єкти. Наприклад, якщо розглянути лінію, то її поділ на  $N$  рівних частин призведе до того, що довжина кожної частини буде в  $N$  раз менше довжини початкової лінії. Подібне співвідношення має місце і в площині. Якщо виміряти площу квадрата, а потім виміряти площу квадрата зі стороною

в  $N$  разів меншою, ніж у вихідного — вона виявиться в  $N^2$  раз менше площі початкового квадрата. Таким чином, розмірність Хаусдорфа можна визначити за допомогою рівняння (1), де  $N$  — кількість деталей (частин),  $\varepsilon$  — коефіцієнт масштабу, а  $D$  — розмірність.

$$N \sim \varepsilon^{-D} \quad (1)$$

(Тут і далі в роботі символ “ $\sim$ ” означає пропорційність).

Те саме правило відноситься і до фрактальної геометрії, хоча воно і не настільки інтуїтивно зрозуміло. Таким чином, щоб обчислити фрактальну розмірність об’єкта, можна скористатися рівнянням (1) в формі

$$D = -\log_{\varepsilon} N = -\frac{\log N}{\log \varepsilon}. \quad (2)$$

Далі рівняння (2) буде застосовано безпосередньо для обчислення фрактальних розмірностей регулярних фракталів.

Класичні (регулярні) фрактали являють собою самоподібні структури, які при зміні масштабу співпадають з частиною себе самих. Якщо така самоподібна структура повторюється при різних масштабах скінченну кількість разів, вона називається предфракталом. Розмірність таких регулярних фракталів досить просто обчислюється аналітично, шляхом розгляду характеристик фрактала при різних масштабах зображення. Розглянемо як приклад регулярного фрактала *криву Коха*, побудова якої виконується наступним чином. Береться одиничний інтервал, який потім розділяється на три рівні частини, з заміною середньої частини рівностороннім трикутником без самого відрізка, що замінюється, так що в результаті виходить ламана лінія, що складається з чотирьох відрізків довжиною  $1/3$ . На наступному кроці описана операція повторюється для кожного з чотирьох одержаних в результаті відрізків. Ця операція рекурсивно повторюється далі, для кожного новостворюваного відрізка все меншого розміру. В граничному випадку отримаємо криву Коха (рис. 2).

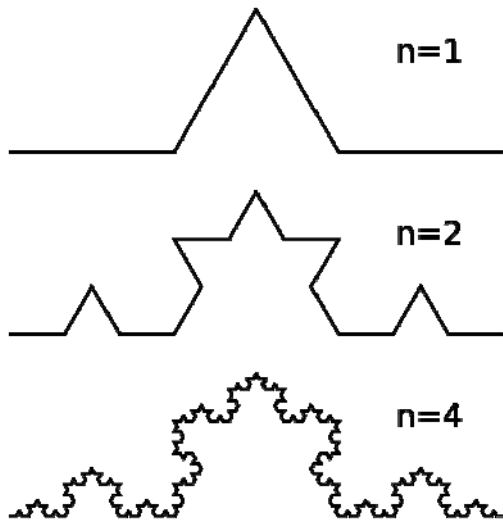


Рисунок 2. Етапи побудови кривої Коха

Зауважимо, що довжина кривої Коха нескінченна, так як на кожному етапі вона збільшується в  $4/3$  рази, тому її не можна розглядати як об'єкт з розмірністю 1, як у звичайної скінченної кривої. Якщо почати побудову не на базі відрізка, а на базі рівностороннього трикутника, то отримаємо *сніжинку Коха*, що володіє тією властивістю, що дана замкнута фігура має нескінченний периметр, але скінченну площу, рівну  $8/5$  площі базового трикутника [73].

Визначимо фрактальну розмірність кривої Коха, застосовуючи визначення (2). При кожному зменшенні масштабу в 3 рази довжина кривої Коха збільшується в 4 рази, так що при  $\varepsilon = 1/3$  маємо  $N = 4$ , отже, фрактальна розмірність кривої Коха визначається як  $D = \log 4 / \log 3 \approx 1,26186$ . З інтуїтивної точки зору крива Коха — об'єкт ще не плаский, але вже і не лінійний.

Слід зауважити, що можлива побудова інших самоподібних кривих з подібною заміною відрізка ламаної з коефіцієнтом  $4/3$ , так що, відрізняючись за зовнішнім виглядом від кривої Коха, ці криві матимуть ту саму фрактальну розмірність, що і у кривої Коха. Таким чином, фрактальна розмірність жодним чином не може розглядатися як самодостатня характеристика фрактальної структури.

Є велика кількість регулярних фракталів з різними фрактальними розмірностями (килим Серпінського, крива Пеано, крива дракона і ін.), проте, як уже говорилося вище, при роботі з реальними матеріалознавчими структурами говорити про строгу геометричну самоподобу, коли масштабування структури призводить до точної копії її самої, не доводиться.

Реальна фрактальність, опис якої базується на тій же математичній моделі, що і у регулярних фракталів, носить не геометричний, а статистичний характер, і має обмежений діапазон застосовності в сенсі масштабу (який як мінімум обмежений знизу розміром пікселя, а зверху — розміром самого зображення). Перейдемо тепер до розгляду формальної фрактальної моделі і обчисленню фрактальної розмірності.

Нехай у нас є деякий евклідів простір розмірності  $d$  (для зображень матеріалознавчих структур, природно,  $d = 2$ ), і розглянемо деяку його область  $\zeta$  розміру  $L$ . Об'єкт, що знаходиться в цій області, та фрактальна розмірність якого нас цікавить, по суті, являє собою множину  $N \gg 1$  точок. Розіб'ємо область  $\zeta$  на кубічні  $d$ -вимірні комірки (умова кубічності не є обов'язковою і прийнята виключно для спрощення розгляду) зі стороною  $\varepsilon \ll L$ , кожна з яких має  $d$ -вимірний об'єм  $\varepsilon^d$ . Розглянемо тепер тільки зайняті об'єктом комірки, тобто комірки, в яких міститься хоча б одна точка, що належить до даного об'єкту. Нехай номери зайнятих комірок  $i$  знаходяться в межах від 1 до  $N(\varepsilon)$  — сумарної кількості зайнятих комірок (залежить від розміру комірки  $\varepsilon$ ). Якщо позначити через  $n_i(\varepsilon)$  кількість точок в  $i$ -й комірці, то величина

$$p_i = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{n_i(\varepsilon)}{N} \quad (3)$$

є ймовірність того, що навмання взята точка з вихідної множини знаходиться в комірці з номером  $i$ . Таким чином, ймовірності  $p_i$  характеризують відносну заповненість комірок. З умови нормування ймовірності випливає, що

$$\sum_{i=1}^{N(\varepsilon)} p_i = 1. \quad (4)$$

По аналогії з розмірністю регулярного фрактала можна записати фрактальну розмірність як



$$D = -\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\log N(\varepsilon)}{\log \varepsilon}, \quad (5)$$

тобто як граничне значення відношення логарифма кількості зайнятих комірок до логарифму розміру комірок при прагненні розміру комірок до нуля. Основа логарифму в даному випадку не має ніякого значення, оскільки з відомого співвідношення

$$\log_a b \cdot \log_c a = \log_c b \quad (6)$$

впливає, що відношення логарифмів завжди буде однаковим, якщо ці логарифми були взяті з однією й той же основою.

У формулі (5) потрібне застосування межі для того, щоб скасувати можливі константні множники пропорційності у формулі (1). Однак є й інший варіант розрахунку, яким пропонується скористатися при комп'ютерному моделюванні — використання диференціювання (застосування правила Лопітала для пошуку межі [74]), що призводить до формули

$$D = -\frac{d \log N(\varepsilon)}{d \log \varepsilon} \quad (7)$$

Зауважимо, що така формула може призводити до різних фрактальних розмірностей при різних масштабах, що може служити джерелом додаткової інформації при дослідженні матеріалознавчих структур (див. цитату з книги Б. Мандельброта [1], наведену на с. 41).

Легко переконатися, що дана формула для “звичайних” об'єктів дає розмірність евклідового простору (топологічну розмірність). Розглянемо об'єкт, який представляє собою чорний квадрат на рис. 3.

На рис. 3,  $a$   $\varepsilon = 1/3$ ,  $N = 1$  (квадрат займає рівно одну комірку), в частині  $b$  —  $\varepsilon = 1/9$ ,  $N = 9$ , а в частині  $c$  —  $\varepsilon = 1/27$  и  $N = 81$ . Як видно з графіка на рис. 4, в логарифмічних координатах отримані точки ідеально лягають на

пряму, нахил якої дає нам значення фрактальної розмірності розглянутого об'єкта, що дорівнює 2.

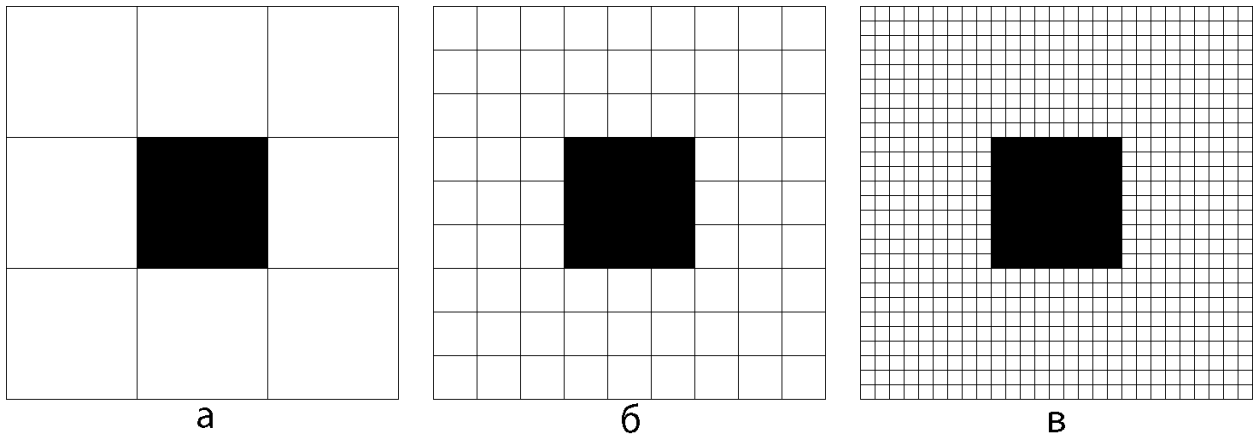


Рисунок 3. Обчислення розмірності плоского об'єкту

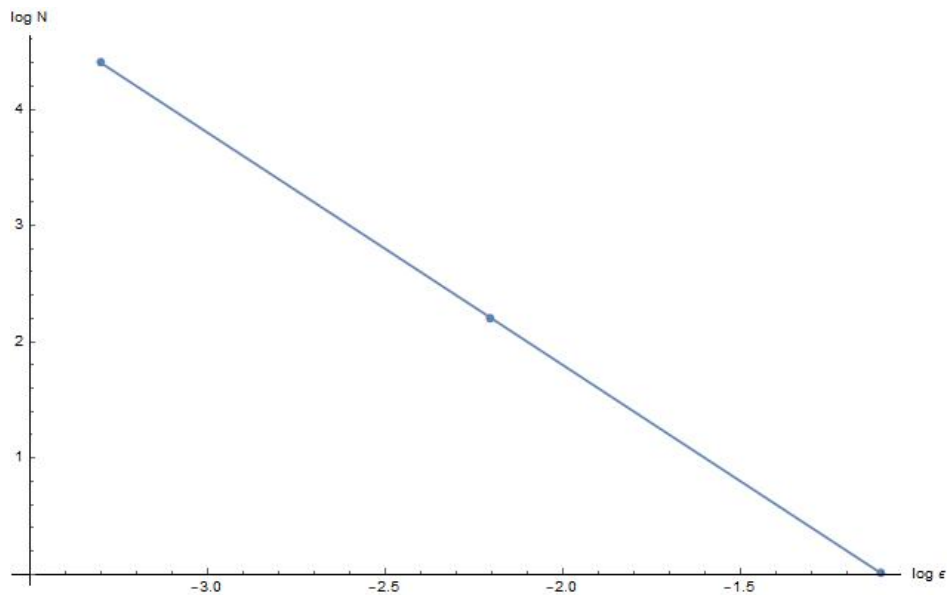


Рисунок 4. Графік залежності  $\log N(\log \epsilon)$  для об'єкту на рис. 3

Якщо застосувати зазначений метод до фракталу, наприклад, до килима Серпінського (рис. 5), вважаючи початковий масштаб — довжину зображення — рівним 1, то отримаємо наступні значення  $\epsilon$  і  $N$  при діленні на кожному черговому кроці на 3:

$\epsilon$	1	1/3	1/9	1/27	1/81	1/243
$N$	8	64	512	4096	32768	65536

Таким чином, знову отримана пряма (рис. 6), однак з іншим кутом нахилу, відповідному фрактальній розмірності, яка дорівнює

$$D = \log 8 / \log 3 \approx 1,892789. \quad (8)$$

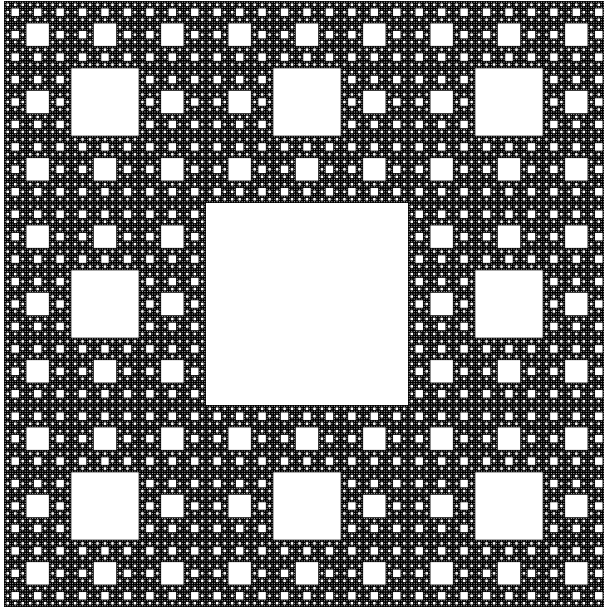


Рисунок 5. Килим Серпінського

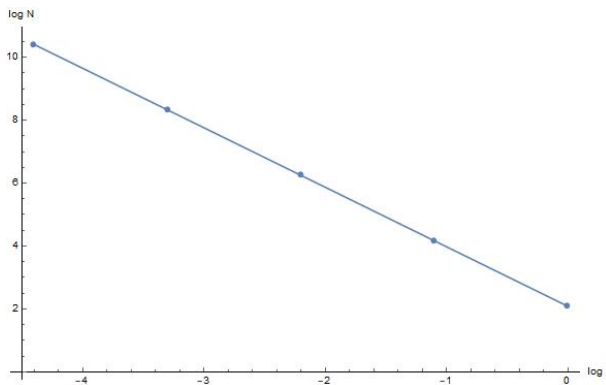


Рисунок 6. Графік залежності  $\log N(\log \varepsilon)$  для килима Серпінського (рис. 5)

Фактично описана фрактальна модель сама по собі пропонує алгоритм обчислення фрактальної розмірності структури по її двовимірному зображенню, який зводиться до розбиття зображення на комірки (бокси) певного розміру і підрахунку числа комірок, в яких є точки фрактального об'єкта. Потім (віртуально) будується графік залежності  $\log N(\log \varepsilon)$  і визначається кут нахилу даного графіка, який відповідає фрактальній розмірності об'єкта.

Описаний спосіб визначення фрактальної розмірності — не єдиний; є й інші. Так, наприклад, оскільки в структурі речовини завжди можна виділити масштаб, рівний кореляційній довжині (тобто відстані, поза якою частки речовини

поводяться статистично незалежно, і яка визначає верхню межу між інтенсивною і екстенсивною поведінками щільності множини точок об'єкта), можна говорити про *масову фрактальну розмірність*, яку можна визначити наступним чином. Розглянемо сферу радіуса  $r$  навколо довільної точки фрактальної

множини, і позначимо через  $M(r)$  середню кількість точок фрактальної множини, що містяться всередині цієї сфери (при цьому усереднення виконується по всіх точках фрактальної множини). В такому випадку масова фрактальна розмірність  $D_M$  визначається із залежності  $M(r) \sim r^{D_M}$  [75]. У випадку двовимірної множини сфери являють собою кола, а їх діаметри для обчислень вибираються виходячи з тих же міркувань, що і розміри боксів для обчислення блокової фрактальної розмірності. Очевидно, що для модельних самоподібних фракталів масову фрактальну розмірність можна розглядати як граничне значення

$$D_M = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{\log M(r)}{\log r}. \quad (9)$$

Визначена таким чином масова фрактальна розмірність є глобальною характеристикою структури матеріалу в силу прямування в межі розміру сфери в нескінченність, на відміну від розглянутої вище розмірності Хаусдорфа, яка в класичному визначенні через граничне значення є локальною характеристикою.

Для реальних фрактальних об'єктів масова фрактальна розмірність може визначатися, як у випадку (7) — в диференціальній формі

$$D_M = \frac{d \log M(r)}{d \log r}, \quad (10)$$

яка дає різні масові фрактальні розмірності при різних масштабах, тим самим генеруючи додаткову інформацію про досліджувану структуру.

Для строго самоподібних математичних фракталів, наприклад, килима Серпінського або Канторового пилу, масова фрактальна розмірність  $D_M$  збігається з розмірністю Хаусдорфа, тому що визначається розмірністю подібності, що задається породжуючим фрактал алгоритмом [76].

Є й інші визначення фрактальних розмірностей, таких як розмірність Мінковського–Булїгана або Понтрягіна–Шнірельмана [75], однак в якості

вихідної моделі для розробки алгоритму та створення відповідного програмного забезпечення обрана саме розмірність Хаусдорфа–Безиковича, що найбільш активно використовується дослідниками в області фрактальної геометрії в матеріалознавстві, а також в силу простоти її реалізації. Таким чином, подальша розробка програмного забезпечення для визначення фрактальних характеристик зображень структури матеріалу будується на наведеній вище математичній моделі розмірності Хаусдорфа–Безиковича.

### 2.1.2. Мультифрактальний формалізм та методи обчислення мультифрактальних розмірностей

Природнім розширенням концепції фракталів є поняття *мультифрактала*. При побудові регулярного фрактала з істинною самоподібністю використовується єдиний рекурсивний алгоритм побудови. Мультифрактал же може бути побудований за допомогою декількох послідовно змінюючих один одного алгоритмів. Кожен з них генерує свій шаблон зі своєю фрактальною розмірністю. Для повного опису таких фрактальних об'єктів, на відміну від регулярних фракталів, недостатньо лише однієї величини (фрактальної розмірності  $D$ ), а необхідний цілий спектр таких розмірностей, число яких, власне кажучи, нескінченне. Причина цього полягає в тому, що поряд з чисто геометричними характеристиками, обумовленими величиною  $D$ , мультифрактали мають ряд статистичних властивостей. Наведений нижче виклад мультифрактального формалізму заснований на матеріалах публікації [4].

Дамо узагальнене визначення мультифрактала. Розглянемо фрактальний об'єкт, що займає певну обмежену область  $\zeta$  розміру  $L$  в евклідовому просторі з розмірністю  $d$ . Нехай на якомусь етапі його побудови він представляє собою множину  $N \gg 1$  точок, деяким чином розподілених в цій області (в припущенні, що в кінцевому підсумку  $N \rightarrow \infty$ ). Розіб'ємо всю область  $\zeta$  на кубічні комірки (умова кубічності не є обов'язковою і прийнята виключно для спрощення розгляду) зі стороною  $\varepsilon \ll L$ , кожна з яких має  $d$ -вимірний об'єм  $\varepsilon^d$ .

Далі нас будуть цікавити тільки зайняті комірочки, тобто комірочки, в яких міститься хоча б одна точка. Нехай номери зайнятих комірок  $i$  змінюються в межах  $i = 1, 2, \dots, N(\varepsilon)$ , де  $N(\varepsilon)$  — сумарна кількість зайнятих комірок (яка, природно, залежить від розміру комірок  $\varepsilon$ ).

Нехай  $n_i(\varepsilon)$  — кількість точок в комірці з номером  $i$ . Тоді величина

$$p_i = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{n_i(\varepsilon)}{N} \quad (11)$$

є ймовірність того, що навмання взята точка з вихідної множини знаходиться в комірці з номером  $i$ . Таким чином, ймовірності  $p_i$  характеризують відносну заповненість комірок. З умови нормування ймовірності випливає, що

$$\sum_{i=1}^{N(\varepsilon)} p_i = 1. \quad (12)$$

Досі цей виклад повторює початковий етап розгляду фрактальної розмірності. Однак тепер замість розгляду фрактальної розмірності (5) в якості основної (і єдиної) характеристики об'єкта, розглянемо *узагальнену статистичну суму*  $Z(q, \varepsilon)$ , яка характеризується показником ступеня  $q$ , який в загальному випадку може приймати будь-які значення в інтервалі  $-\infty < q < +\infty$ :

$$Z(q, \varepsilon) = \sum_{i=1}^{N(\varepsilon)} p_i^q(\varepsilon). \quad (13)$$

Спектр *узагальнених фрактальних розмірностей*  $D_q$ , що характеризують даний розподіл точок в області  $\zeta$ , визначається наступним співвідношенням:

$$D_q = \frac{1}{q-1} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\log Z(q, \varepsilon)}{\log \varepsilon}. \quad (14)$$

Слід мати на увазі, що в реальній ситуації завжди маємо кінцеву (хоча і дуже велику) кількість дискретних точок  $N$ , тому при комп'ютерному аналізі конкретної множини граничний перехід  $\varepsilon \rightarrow 0$  слід виконувати з обережністю. Для обчислення мультифрактальних характеристик пропонується застосувати диференціювання (фактично використовувати правило Лопітала), як було запропоновано і для фрактальної розмірності (7):

$$D_q = \frac{1}{q-1} \frac{d \log Z(q, \varepsilon)}{d \log \varepsilon}. \quad (15)$$

Дана пропозиція, як і у випадку звичайних фракталів, може призводити до різних мультифрактальних характеристик при різних масштабах, що знову ж таки може служити джерелом додаткової інформації (наприклад, про характерні розміри елементів структури) при дослідженні матеріалознавчих структур (див. цитату з книги Б. Мандельброта [1], наведену на с. 41).

Розглянемо тепер поведінку узагальненої статистичної суми в разі звичайного регулярного фрактала з фрактальною розмірністю  $D$ . У цьому випадку у всіх зайнятих комірках міститься однакова кількість точок

$$n_i(\varepsilon) = \frac{N}{N(\varepsilon)}, \quad (16)$$

тобто фрактал є *однорідним*. Очевидно, що в такому разі і відносні заповненості всіх комірок  $p_i(\varepsilon) = 1/N(\varepsilon)$  також однакові. Таким чином, узагальнена статистична сума може бути записана як

$$Z(q, \varepsilon) = N^{1-q}(\varepsilon). \quad (17)$$

Тепер слід врахувати, що, згідно з визначенням фрактальної розмірності  $D$ , число зайнятих комірок при досить малому  $\varepsilon$  поводитьсь таким чином:

$$N(\varepsilon) \sim \varepsilon^{-D} \quad (18)$$

Підставляючи це співвідношення в формулу (17) і з урахуванням (13), приходимо до висновку, що в разі звичайного фрактала

$$D_q = D \quad (19)$$

для всіх значень  $q$ . Таким чином, в окремому випадку регулярного фрактала для всіх значень  $q$  виконується співвідношення  $D_q = D = \text{const}$ , тобто всі узагальнені фрактальні розмірності мають одне і те ж значення. В цьому випадку можна говорити про фрактальну розмірність як про єдину величину, що характеризує даний фрактал, і така множина точок називається *монофракталом*. Якщо ж  $D_q$  являє собою функцію від  $q$ , то множина точок, що розглядається, є *мультифракталом*.

Якщо розподіл точок по комірках неоднаковий, то фрактал є неоднорідним, тобто являє собою мультифрактал, і його слід характеризувати цілим спектром узагальнених фрактальних розмірностей  $D_q$ , число яких в загальному випадку нескінченно.

Так, наприклад, при  $q \rightarrow +\infty$  основний внесок в узагальнену статистичну суму (13) вносять комірки, які містять найбільшу кількість частинок  $n_i$  і, отже, характеризуються найбільшою ймовірністю їх заповнення  $p_i$ . І навпаки, при  $q \rightarrow -\infty$  основний внесок в суму (13) дають самі розріджені комірки з малими значеннями заповнення  $p_i$ . Таким чином, функція  $D_q$  показує, наскільки неоднорідним є досліджувана множина точок  $\zeta$ .

Розглянемо тепер, який фізичний зміст мають узагальнені фрактальні розмірності  $D_q$  для деяких конкретних значень  $q$ . Так, при  $q = 0$  з (13) випливає

$$Z(0, \varepsilon) = N(\varepsilon). \quad (20)$$

З іншого боку, згідно з наведеними вище формулами,



$$Z(0, \varepsilon) \sim \varepsilon^{-D_0}, \quad (21)$$

отож, зіставляючи дві ці формули, отримуємо

$$N(\varepsilon) \sim \varepsilon^{-D_0}. \quad (22)$$

Згадуючи визначення розмірності Хаусдорфа (1), бачимо, що фізичний сенс  $D_0$  — звичайна розмірність Хаусдорфа множини  $\zeta$ , яка є найбільш грубою характеристикою мультифрактала і майже не несе інформації про його статистичні властивості.

Що стосується фізичного сенсу розмірності  $D_1$ , то в даному випадку маємо справу з невизначеністю типу  $0/0$ , бо в силу умови нормування (12) значення  $Z(1, \varepsilon) = 0$ , як і значення  $q - 1$ , яке теж дорівнює  $0$ . Для вирішення цієї невизначеності виконаємо деякі перетворення узагальненої статистичної суми наступним чином:

$$Z(q, \varepsilon) = \sum_{i=1}^{N(\varepsilon)} p_i^q = \sum_{i=1}^{N(\varepsilon)} p_i e^{(q-1) \ln p_i}. \quad (23)$$

Спрямовуючи  $q \rightarrow 1$ , розкладаючи експоненту і враховуючи умову нормування (12), отримуємо

$$Z(q \rightarrow 1, \varepsilon) \approx 1 + (q - 1) \sum_{i=1}^{N(\varepsilon)} p_i \ln p_i, \quad (24)$$

звідки знаходимо

$$D_1 = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\sum_{i=1}^{N(\varepsilon)} p_i \ln p_i}{\ln \varepsilon}. \quad (25)$$

З точністю до знаку чисельник в цій формулі являє собою ентропію фрактальної множини  $S(\varepsilon)$ :

$$S(\varepsilon) = -\sum_{i=1}^{N(\varepsilon)} p_i \ln p_i. \quad (26)$$

Таке визначення ентропії множини повністю ідентично визначенню ентропії в статистичній термодинаміці, де під  $p_i$  розуміється ймовірність виявлення системи в  $i$ -му квантовому стані. Таким чином, величина узагальненої фрактальної розмірності  $D_1$  пов'язана з ентропією  $S(\varepsilon)$  співвідношенням

$$D_1 = -\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{S(\varepsilon)}{\ln \varepsilon}. \quad (27)$$

Перш ніж далі характеризувати цю величину, згадаємо, що ентропія в термодинаміці є мірою безладдя в системі. Клод Шеннон узагальнив термодинамічне поняття ентропії  $S$  на абстрактні задачі теорії передачі та обробки інформації [86]. Для цих завдань ентропія є мірою кількості інформації, необхідної для визначення стану системи; тобто її можна розглядати як міру *незнання* системи. Що стосується задачі розподілу точок фрактальної множини  $\zeta$ , то можна сказати, що оскільки, як випливає з (27),  $S(\varepsilon) \sim \varepsilon^{-D_1}$ , то значення  $D_1$  характеризує інформацію, необхідну для визначення місця розташування точки в деякій комірці. У зв'язку з цим узагальнену фрактальну розмірність часто називають *інформаційною розмірністю*. Вона показує швидкість росту інформації, необхідної для визначення місця розташування точки, з наближенням розміру комірки  $\varepsilon$  до нуля.

Ще один важливий окремий випадок являє собою розмірність  $D_2$ . Для неї справедливий вираз

$$D_2 = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\ln \sum_{i=1}^{N(\varepsilon)} p_i^2}{\ln \varepsilon}. \quad (28)$$

Визначимо парний кореляційний інтеграл

$$I(\varepsilon) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{\sum_{n,m} \theta(\varepsilon - |\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_m|)}{N(N-1)/2} \quad (29)$$

де підсумовування проводиться по всіх парах точок фрактальної множини  $\zeta$  з радіус-векторами  $\mathbf{r}_n$  і  $\mathbf{r}_m$ ;  $\theta(x)$  — ступінчаста функція Хевісайда. Сума в виразі (29) визначає кількість пар точок  $(n, m)$ , для яких відстань між ними менше  $\varepsilon$ . Тому, будучи поділена на кількість пар  $N(N-1)/2$ , вона визначає ймовірність того, що дві навмання взяті точки розділені відстанню меншою, ніж  $\varepsilon$ .

Цю ж ймовірність можна визначити і по-іншому. Величина  $p_i$ , згідно з визначенням (11), являє собою ймовірність попадання точки в  $i$ -у комірку з розміром  $\varepsilon$ . Отже, величина  $p_i^2$  являє собою ймовірність попадання в цю комірку двох точок. Підсумовуючи  $p_i^2$  по всім зайнятим коміркам, отримуємо ймовірність того, що дві довільно вибрані точки з множини  $\zeta$  лежать всередині однієї комірки з розміром  $\varepsilon$ . Отже, відстань між цими точками буде менше або порядку  $\varepsilon$ . Таким чином, з точністю до чисельних коефіцієнтів, беручи до уваги рівність (28), отримуємо

$$I(\varepsilon) \sim \sum_{i=1}^{N(\varepsilon)} p_i^2 \sim \varepsilon^{D_2}. \quad (30)$$

Отже, з'ясовано, що узагальнена розмірність  $D_2$  визначає залежність кореляційного інтеграла  $I(\varepsilon)$  від  $\varepsilon$  в граничному випадку при  $\varepsilon \rightarrow 0$ . З цієї причини величину  $D_2$  в літературі називають *кореляційною розмірністю*.

Слід також зазначити наступну важливу властивість фрактальних розмірностей  $D_q$ . Якщо розглядати розмірності певного фрактала як функцію  $D(q)$ , то така функція є монотонно незростаюча. Таким чином, максимальне значення фрактальної розмірності досягається при  $q = -\infty$ , а мінімальне — при

$q = +\infty$ . Розмах функції  $D(q)$ , тобто значення  $D_{-\infty} - D_{+\infty}$ , визначає, наскільки нерівномірною виявляється досліджувана множина точок  $\zeta$ .

## **2.2. Розробка програмного забезпечення для обчислення фрактальної розмірності зображень структури матеріалів**

Перейдемо до вирішення першого з поставлених в даній роботі завдань, сформульованого наступним чином: *розробка методу визначення фрактальної розмірності двовимірного зображення структури шляхом розробки відповідного стійкого алгоритму і його реалізації у вигляді програмного забезпечення, яке можна використовувати в якості стандартного, уніфікованого комп'ютерного інструментарію для отримання фрактальної розмірності зображень структури матеріалів.*

### **2.2.1. Розробка алгоритмів для обчислення фрактальної розмірності зображень структури матеріалів**

При розробці програмного забезпечення для обчислення фрактальної розмірності двовимірних зображень використовувалася велика кількість різних алгоритмів, які будуть описані в цьому розділі в порядку, відповідному їх застосуванню в програмному забезпеченні.

#### **2.2.1.1. Попередня обробка зображення**

Принципово алгоритм розрахунків досить простий: для множини різних розмірів пробних боксів  $\varepsilon_i$  виконується розрахунок сумарної кількості зайнятих комірок  $N(\varepsilon_i)$ , а потім робиться обробка отриманих даних відповідно до формули (7). Однак при всій глобальній простоті алгоритму при його розробці та реалізації для застосування на практиці слід вирішити ряд принципових питань, зокрема, пов'язаних з перетворенням цифрового зображення структури в чорно-біле (де чорний колір відповідає множині точок фракталь-

ного об'єкта). Дане завдання розпадається на дві підзадачі — перша полягає в перетворенні кольорового зображення (якщо таке має місце) в зображення в градаціях сірого кольору, а друга — в рішенні для кожного пікселя зображення, відноситься він до множини точок досліджуваного фрактального об'єкта, або до навколишнього середовища. При автоматичній обробці зображення єдиним методом прийняття рішення є порівняння яскравості пікселя з деяким граничним значенням і віднесення його до середовища при перевищенні порогового значення яскравості, і до фрактального об'єкта при яскравості нижче порогової. Саме цей спосіб використовується якщо не у всіх, то в переважній більшості відповідних робіт щодо вивчення фрактальної розмірності.

Питання про перетворення кольорового зображення в зображення в градаціях сірого кольору в розглянутих роботах інших дослідників не піднімалося, хоча воно може мати дуже важливе значення — наприклад, в ситуаціях, коли на кольоровому зображенні структура і матриця мають різний колір, але при перетворенні в зображення в градаціях сірого виходять практично однакової яскравості. На жаль, автоматизація такого процесу без залучення дослідника або штучного інтелекту того чи іншого роду неможлива. Тому зараз програмне забезпечення використовує стандартне перетворення кольорового зображення в зображення в градаціях сірого кольору із застосуванням формули, запропонованої в рекомендаціях ITU-R BT.601-4 [77], яка генерує чорно-біле зображення з урахуванням особливостей людського зору —  $I = 0,299 \times R + 0,587 \times G + 0,114 \times B$ , де  $R$ ,  $G$  і  $B$  — рівні відповідно червоного, зеленого і синього кольору в пікселі, а  $I$  — інтенсивність результуючого сірого пікселя. Проте можливі й інші варіанти перетворення, що враховують особливості того чи іншого зображення і самого досліджуваного матеріалу і методу дослідження. Вказане перетворення реалізовано стандартною функцією `wxImage::ConvertToGreyscale()` бібліотеки `wxWidgets`. У подальших версіях програмного забезпечення можлива більш тонка настройка використовуваних

у формулі коефіцієнтів для забезпечення кращого виділення структур на зображенні, що цікавлять дослідника.

В даний час, якщо вказане стандартне перетворення не дозволяє ясно виділити досліджувану структуру, дослідник може за допомогою деякого стороннього програмного забезпечення (на зразок PhotoShop) виконати необхідне перетворення кольорового зображення в зображення в градаціях сірого кольору, з можливою корекцією його яскравості і/або контрастності. Слід зазначити, що в роботі з реальними зображеннями з такими ситуаціями стикатися не доводилося, в першу чергу тому, що в основному електронна мікроскопія вже дає зображення в градаціях сірого кольору.

Наступна підзадача полягає в поділі пікселів зображення на належні фрактальному об'єкту, та оточуючому його простору, в яке даний об'єкт занурений.

В роботі [18] при підготовці оцифрованого зображення до розрахунків фрактальної розмірності воно переводилося в чорно-біле зображення, для чого будувалася гістограма частотного розподілу яскравостей точок. У цій роботі розглядалася пориста кераміка, в якій істотно різні яскравості пор і матриці приводили до гістограми розподілу яскравості пікселів з двома максимумами, що відповідали порам та матриці. Граничне значення яскравості, що розділяє пікселі зображення на білі і чорні, визначалося в роботі візуально, порівнянням оригінального знімка із зображенням, отриманим після окреслення границь пор. Критерієм правильності обраного порога був “збіг пористості в оригінальному зображенні та в обробленому”.

В роботі [19] також розглянуто питання про порогове значення при перетворенні оцифрованого зображення в чорно-біле. В ній гістограма розподілу яскравості пікселів також має два максимуми. В якості порогового значення яскравості спочатку була обрана точка мінімуму на гістограмі, однак, як показали подальші дослідження, обчислення фрактальної розмірності дає біль-

шу точність, якщо змістити порогове значення від мінімального, відповідного 39% чорних пікселів, до значення близько 45% чорних пікселів. Критерій точності обчислення фрактальної розмірності при пошуку порогового значення для перетворення зображення в чорно-біле має в порівнянні з використаним в [18] критерієм ту перевагу, що в ньому відсутній “людський фактор” — рішення може бути прийнято автоматично, без участі дослідника.

Можливі й більш складні способи визначення приналежності точок фрактальному об’єкту. Так, в роботі [78] розглядається можливість перетворення напівтонового зображення в чорно-біле із застосуванням двох порогових значень, коли всі точки крапки з відтінками, які потрапляють між зазначеними значеннями, стають білими, а інші — чорними. Можливі й більш складні перетворення, однак, оскільки при цьому вибір ґрунтується на знаннях з предметної області (які саме деталі зображення важливі, що слід підкреслити, а що, навпаки, видалити з зображення) — такі перетворення не можуть бути частиною програми, яка виконує *узагальнене* обчислення фрактальної розмірності зображення, і повинні виконуватися за допомогою інших програм, призначених для роботи з графічною інформацією, специфічною для поставленого завдання аналізу серії зображень, отриманих за допомогою електронної мікроскопії.

Розроблене в дисертаційній роботі рішення полягає в уже розглянутому вище перетворенні досліджуваного кольорового зображення структури в зображення в градаціях сірого кольору, відповідно до рекомендації ITU-R BT.601-4 [77] (якщо дослідник не надав вже готове зображення в градаціях сірого кольору, підготовлене відповідним апаратним забезпеченням або за допомогою деякого допоміжного програмного забезпечення), після чого перетворення зображення у відтінках сірого кольору в чорно-біле зображення виконується з використанням деякого порогового значення  $T$ . Якщо інтенсивність вихідного пікселя виявляється менше зазначеного в налаштуваннях про-

грами порогового значення  $T$ , то в перетвореному зображенні даний піксель стає чорним, а в іншому випадку — білим.

Програма пропонує автоматично вибране порогове значення  $T$ . Для отримання такого значення програмою будується гистограма розподілу пікселів зображення по їх інтенсивності, і в якості пропонованого порогового значення яскравості використовується значення, при якому кількість пікселів з інтенсивністю, меншою порогової, має бути, наскільки це можливо, такою ж, як і кількість пікселів з інтенсивністю, більшою порогової (точна рівність може бути неможливою — наприклад, через непарну загальну кількість точок, або через особливості оригінального зображення та його гистограми, на зразок килима Серпінського, де кількість білих і чорних точок фіксована і не може бути змінена). Таке порогове значення, як показує досвід, виявляється хорошим початковим наближенням для виконання автоматичних обчислень. Проте, оскільки можливі найрізноманітніші ситуації і самі різні зображення, які неможливо оцінити в автоматичному режимі роботи, дослідник має можливість оперативно змінювати поріг для отримання поділу точок, максимально відповідаючого досліджуваній структурі (в ідеалі — коли всі чорні точки, і тільки вони, відповідають досліджуваній системі структурних елементів).

Евристичне обґрунтування такого рішення полягає в тому, що а priori програмі невідомо, які саме точки належать фрактальному об'єкту — чорні або білі; крім того, на вхід програми може надійти як позитивне, так і негативне зображення (при необхідності в програмі можлива інверсія білого і чорного кольорів, якщо така інверсія вважається дослідником доцільною). Далі програма розглядає в якості точок фрактальної множини чорні точки. Цей евристичний підхід довів свою придатність на практиці.

### **2.2.1.2. Розбиття зображення на пробні комірки**

Ще одне важливе питання полягає в проблемі поділу зображення на комірки, яке тільки в рідкісних випадках може бути точним і повним — коли



розмір зображення являє собою ступінь цілого числа. Таким ідеальним випадком є квадратне зображення, довжина сторони якого становить  $l^N$  пікселів. Тоді це зображення легко розбивається на точні квадрати — один квадрат розміром  $l^N \times l^N$ ,  $l^2$  квадратів розміром  $l^{N-1} \times l^{N-1}$ , і далі, до  $l^{2N}$  квадратів розміром  $1 \times 1$ . Таким чином, у цьому випадку на експериментальній кривій проведеного обчислювального експерименту знаходяться  $N$  точок.

Важливість вибору пробних боксів проілюстрована вище при розгляді програми MFRDrom. Нагадаємо, що при розмірах зображень, які *не* є точним ступенем деякого цілого значення програма MFRDrom дуже часто дає невірне значення фрактальної розмірності (для килима Серпінського більш ніж в половині випадків вона дає нульове значення фрактальної розмірності).

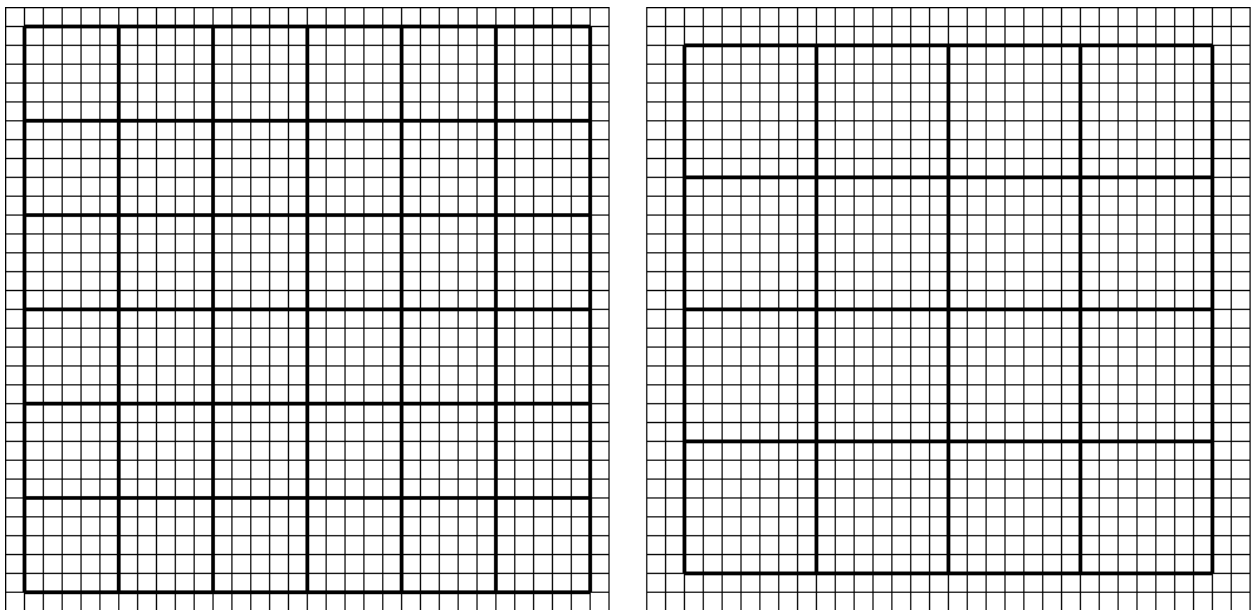


Рисунок 7. Приклад огрублених розбиттів сітки  $32 \times 32$  елементарних комірок на бокси розміром  $5 \times 5$  (88% площі) і  $7 \times 7$  (77% площі). Вся площа сітки повністю охоплюється розбиттями з комірками розміром  $2 \times 2$ ,  $4 \times 4$ ,  $8 \times 8$ ,  $16 \times 16$

У ряді робіт їх автори пропонують різні рішення цієї проблеми. Так, в [54] ідея автоматизації виборів масштабів полягає в тому, щоб для наперед заданої мінімальної частці площі зображення  $0 \leq SqPart \leq 1$ , яку повинні охоп-

лювати всі загрублені розбиття (рис. 7), простим перебором можливих значень з набору простих чисел в цілих ступенях (наприклад, 2, 3, 5, 7, 11 і т.д. в ступенях від 1 до 11), а також перебором подільників мінімального розміру зображення (в пікселях) з'ясувати, які з цих чисел годяться для огрублених розбиттів.

В роботі [79] метод, запропонований в [54], доповнений пошуком підходящих розбиттів із застосуванням методу Монте-Карло [80]. Таким чином вдається знайти більшу кількість варіантів розбиття, що задовольняють умові  $0 \leq SqPart \leq 1$ . Наприклад, для зображення розміром  $512 \times 512$  пікселів і ступеня покриття 99% метод з [54] дає 13 відповідних розмірів боксів, а метод, запропонований в [79] — вже 23 відповідних розмірів боксів.

В роботі [19] автори пішли іншим шляхом, застосувавши екстраполяцію. Вони враховували тільки ті бокси, які не перетинали границі зображення. Позначимо площу, яку займають ці бокси, як  $A(\Delta x)$ . Після визначення кількості  $N_0(\Delta x)$  тих боксів, в яких є чорні пікселі, виконується його ренормалізація шляхом множення на відношення загальної площі зображення до сумарної площі боксів:

$$N(\Delta x) = N_0(\Delta x) \frac{A}{A(\Delta x)}. \quad (31)$$

Ще один варіант вирішення зазначеної проблеми в [19] полягав у застосуванні періодичних граничних умов, тобто по суті виконується дослідження двовимірного періодичного шаблону, де період визначається розмірами вихідного зображення.

З цього огляду впливає ще одна підзадача в рамках основного завдання — вирішення питання *поділу зображення на комірки, яке дозволяло б отримувати стійкі результати, що не залежать від розмірів самого зображення.*

Оскільки значення фрактальної розмірності  $D$  простіше і надійніше за все отримувати за допомогою методу найменших квадратів, застосованого до лінеаризованих отриманих даних

$$\log N(\varepsilon) = C - D \log \varepsilon, \quad (32)$$

де  $C$  — деяка константа (яка не має значення для обчислення фрактальної розмірності), бажано, щоб значення  $\log \varepsilon$  розташовувалися якомога рівномірніше. Таким чином, якщо нам потрібно отримати  $M$  точок, що представляють собою результати обчислювального експерименту, для лінеаризації (32), відповідні значення  $\varepsilon_i$  можна отримати за формулою:

$$\varepsilon_i = \left[ e^{\frac{\ln S_i}{M-1}} \right], \quad i = \overline{0, M-1}. \quad (33)$$

Тут  $S$  — максимальний розмір зображення в пікселях,  $M$  — загальна кількість точок. Зауважимо, що реальна загальна кількість точок може виявитися меншою за  $M$ , якщо після округлення для різних значень  $i$  значення  $\varepsilon_i$  виявляться однаковими.

Оскільки розмір зображення не обов'язково кратний розміру пробного боксу, розроблений алгоритм використовує двохпрохідну схему обробки зображення. У разі, коли розмір зображення не кратний розміру пробного боксу, зображення обходиться боксами зліва направо і зверху вниз, з прорахунком тільки тих боксів, які повністю потрапляють в зображення; після цього процедура повторюється, але зображення при цьому обходиться справа наліво і знизу вгору, починаючи з правого нижнього кута. Отримані результати потім усереднюються.

Як показали проведені дослідження [81], таке вирішення питання для боксів, які не укладаються в зображення, цілком виправдано, а розроблений алгоритм обробки зображення цілком прийнятний і адекватний поставленій задачі. На рис. 8 показані криві, отримані для одного і того ж зображення

розміром  $1024 \times 1024$  пікселя. Зліва зображені графіки для боксів розміром  $2^i, i = \overline{0,10}$ , тобто такі, що повністю охоплюють все зображення. Справа кількість точок збільшено до 14, тобто використані бокси, що не укладаються в зображення повністю. Як видно з рис. 8, представлені криві ідентичні.

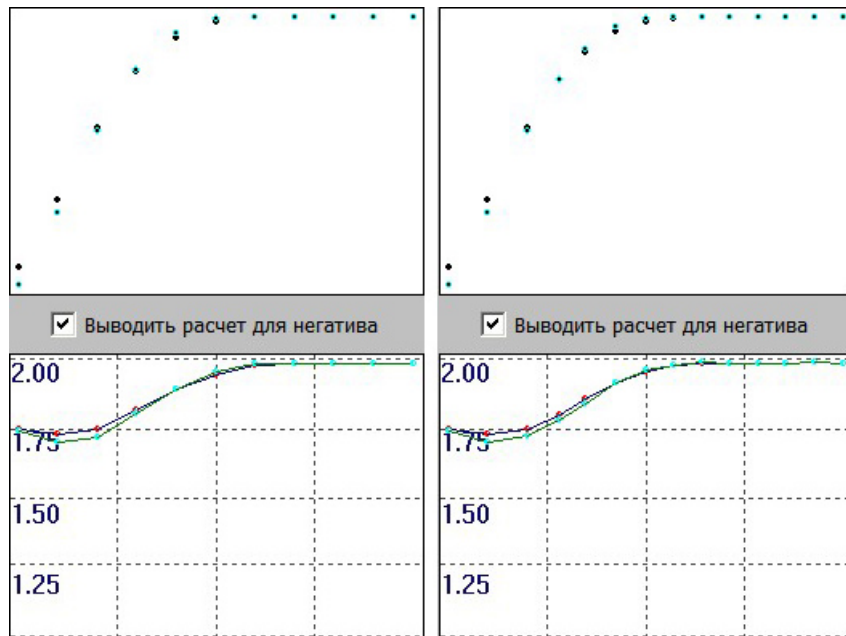


Рисунок 8. Результати розрахунку для боксів, що повністю охоплюють зображення (ліворуч), та боксів, які не вкладаються в зображення (праворуч)

### 2.2.2. Програмне забезпечення для обчислення фрактальної розмірності

Програма обробки зображень, що реалізує описаний вище алгоритм визначення фрактальної розмірності, написана на мові програмування Open Watcom C++ [82] з використанням бібліотеки wxWidgets [83, 84]. Обидва продукти є вільно поширюваними програмними продуктами з відкритим кодом. Програма працює під управлінням операційної системи MS Windows версії Windows XP SP3 і вище.

Загальний вигляд вікна програми показаний на рис. 9.

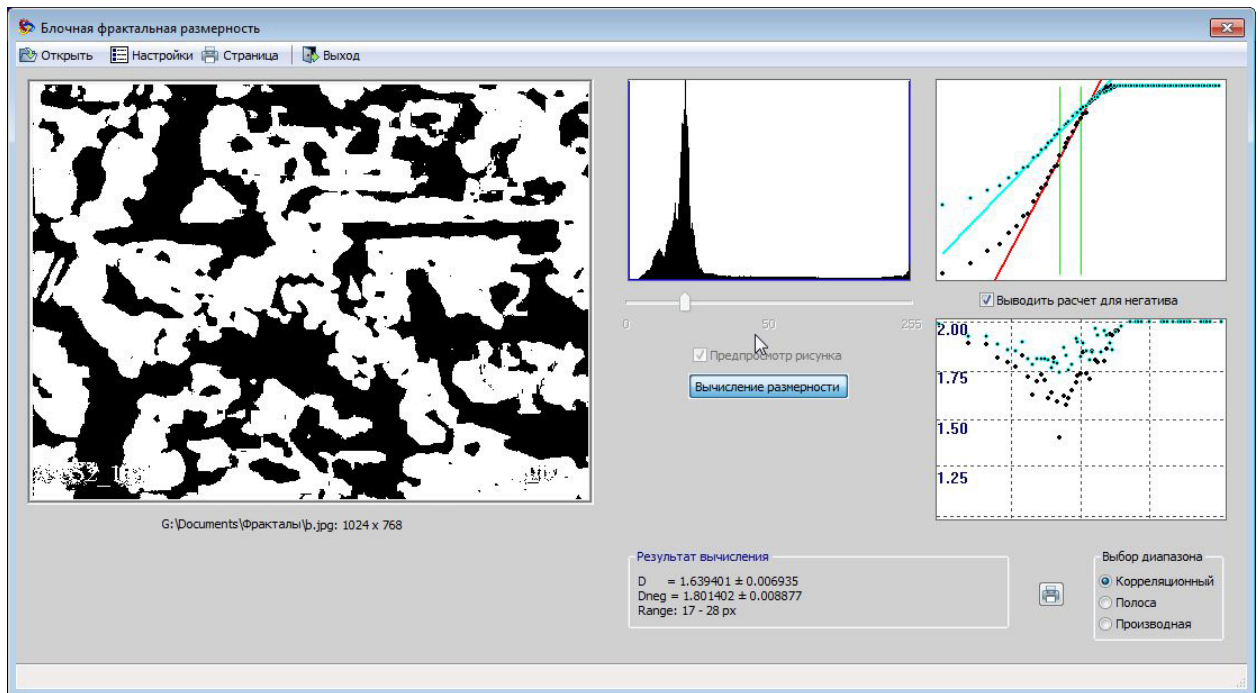


Рисунок 9. Головне вікно програми отримання фрактальної розмірності структури матеріалу по його двовимірному зображенню

### 2.2.2.1. Опис роботи програми

Після початкової установки нових глобальних налаштувань програми (кількість обчислюваних точок, значення порога для перетворення зображення в чорно-білий формат і інші — див. рис. 10) за допомогою стандартного діалогового вікна виконується вибір і відкриття файлу досліджуваного зображення (програмою підтримуються основні графічні формати, а саме BMP, GIF, JPEG і TIFF). Якщо файл кольоровий, виконується його перетворення в зображення у відтінках сірого кольору за допомогою описаного вище стандартного алгоритму ITU-R BT.601 [77]. На екран виводиться гістограма, яка вказує відносну кількість пікселів зображення з тією чи іншою яскравістю (середня панель на рис. 9).

Далі зображення перетворюється в чорно-біле (без градації яскравості — 1 біт на піксель), яке і є основою для подальших обчислень. За допомогою повзунка під гістограмою можна управляти тим, як виконується пере-

творення, вказуючи порогове значення (у відсотках або в абсолютних одиницях яскравості від 0 до 255) інтенсивності для визначення того, які саме точки зображення належать фрактальному об'єкту. При цьому отримуване (масштабоване) чорно-біле зображення виводиться для контролю в лівій панелі (рис. 9). Всі пікселі з яскравістю, що перевищує порогове значення, перетворюються в білі, а нижче порогової — в чорні.

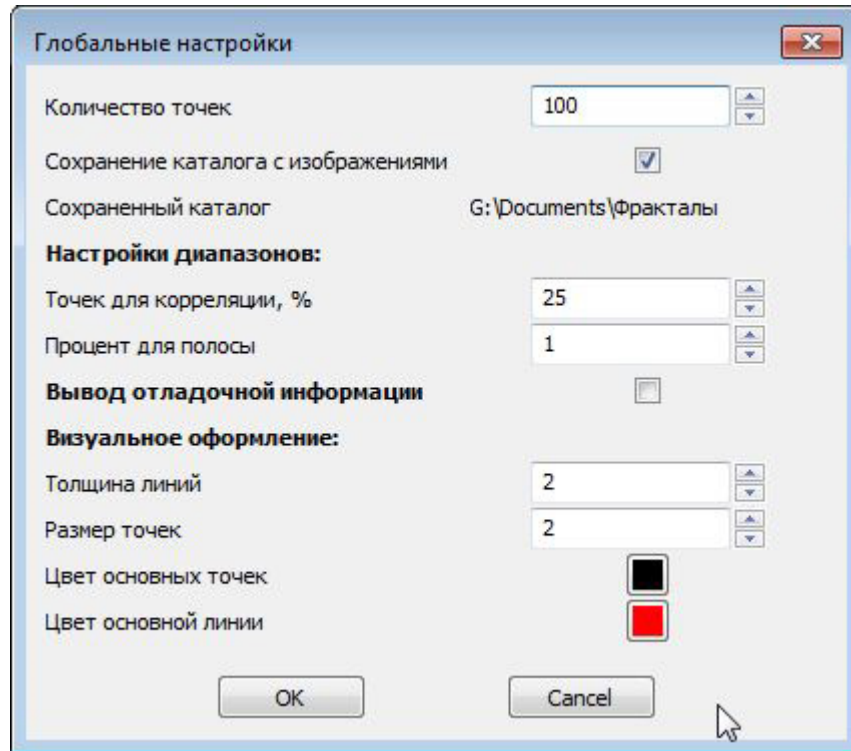


Рисунок 10. Вікно налаштувань програми

При першому завантаженні зображення програма обчислює рекомендоване порогове значення на основі гістограми рівнів яскравості зображення. (Як свідчить досвід роботи з програмою, таке рекомендоване значення, як правило, виявляється найкращим.)

Кнопка “Обчислення розмірності” запускає процес обробки зображення відповідно до описаного вище алгоритму. В результаті одержуються набори обчислених точок, що апроксимуються формулою

$$\log \varepsilon^2 N(\varepsilon) = C + (2 - D) \log \varepsilon, \quad (34)$$

а також відповідна крива для похідної одержуваної функціональної залежності (див. рис. 9). Вид залежності (34) з використанням  $2 - D$  обраний тому, що з нею легше працювати людині: при цьому на графіку фрактальна розмірність  $2$  відповідає горизонтальній лінії, так що виділення прямолінійної похилої ділянки (що відповідає фрактальній розмірності) здійснюється дослідником набагато простіше і точніше.

Визначення фрактальної розмірності виконується шляхом застосування методу найменших квадратів до лінеаризації (34), що дозволяє отримати значення фрактальної розмірності  $D$  і її похибки [85].

Коротко опишемо застосування методу найменших квадратів для обчислення фрактальної розмірності. На цей час є набір обчислених пар значень  $(\log \varepsilon, \log \varepsilon^2 N(\varepsilon))$ , які пов'язані між собою співвідношенням (34). Для обчислення значення фрактальної розмірності  $D$  з співвідношення (34) можна застосувати до них метод найменших квадратів, постановка задачі для якого має наступний вигляд. Нехай проведено  $n$  парних вимірів величин  $x$  і  $y$ , для яких передбачається наявність лінійної залежності  $y = ax + b$ . За наявними експериментальними даними необхідно знайти оцінки параметрів  $a$  і  $b$ , а також оцінки їх дисперсій  $\sigma_a^2$  і  $\sigma_b^2$ . Прийmemo наступні гіпотези про природу експериментальних похибок значень  $x$  і  $y$ .

1. Значення  $x_i$  відомі точно, тобто без похибок. (В разі обчислення фрактальної розмірності це так і є, оскільки дані значення є не що інше, як розміри комірок розбиття зображення.)
2. Розподіли величин  $y$  взаємно незалежні, мають одну і ту ж дисперсію і відповідають нормальному закону.

В такому випадку з умови мінімізації сумарного квадратичного відхилення експериментальних даних від теоретичної прямої

$$\sum (y_i - ax_i - b)^2 = \min \quad (35)$$

шляхом її диференціювання і застосування методів математичної статистики виходять такі формули для параметрів  $a$  і  $b$ , а також оцінки їх дисперсій  $\sigma_a^2$  і  $\sigma_b^2$  [85]:

$$a = \frac{\overline{xy} - \bar{x}\bar{y}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2}, \quad (36 \text{ а})$$

$$b = \frac{\overline{x^2y} - \bar{x}\overline{xy}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2}, \quad (36 \text{ б})$$

$$\sigma_a^2 = \frac{\sigma^2}{n(\overline{x^2} - \bar{x}^2)}, \quad (36 \text{ в})$$

$$\sigma_b^2 = \sigma_a^2 \bar{x}^2, \quad (36 \text{ г})$$

де 
$$\bar{x} = \sum x_i/n, \quad \bar{y} = \sum y_i/n, \quad (36 \text{ д})$$

$$\overline{x^2} = \sum x_i^2/n, \quad \overline{y^2} = \sum y_i^2/n, \quad (36 \text{ е})$$

та 
$$\sigma^2 = \frac{n}{n-2} \left( \overline{y^2} - \bar{y}^2 - a^2 (\overline{x^2} - \bar{x}^2) \right). \quad (36 \text{ є})$$

Таким чином, можна не тільки обчислити значення фрактальної розмірності, але й вказати її похибку. Це особливо важливо тому, що, як правило, у дослідників немає достатньої кількості зображень для того, щоб виконати їх обробку та обчислити похибку як дисперсію сукупності обчислених значень.

Як видно з рис. 9, на кожному з графіків наведено дві криві, а також є кнопка-перемикач “Виводити розрахунок для негативу”. Цей перемикач означає, що розрахунок виконується не тільки для випадку, коли фрактальний об’єкт являє собою множину чорних точок в перетвореному зображенні, але і для другого випадку, коли фрактальний об’єкт — множина білих точок. Як правило, при пороговому значенні для перетворення зображення в чорно-біле, близькому до автоматично обчисленого та рекомендованого програмою (коли



кількість чорних точок приблизно збігається з кількістю білих) криві для позитиву і негативу виявляються досить близькими.

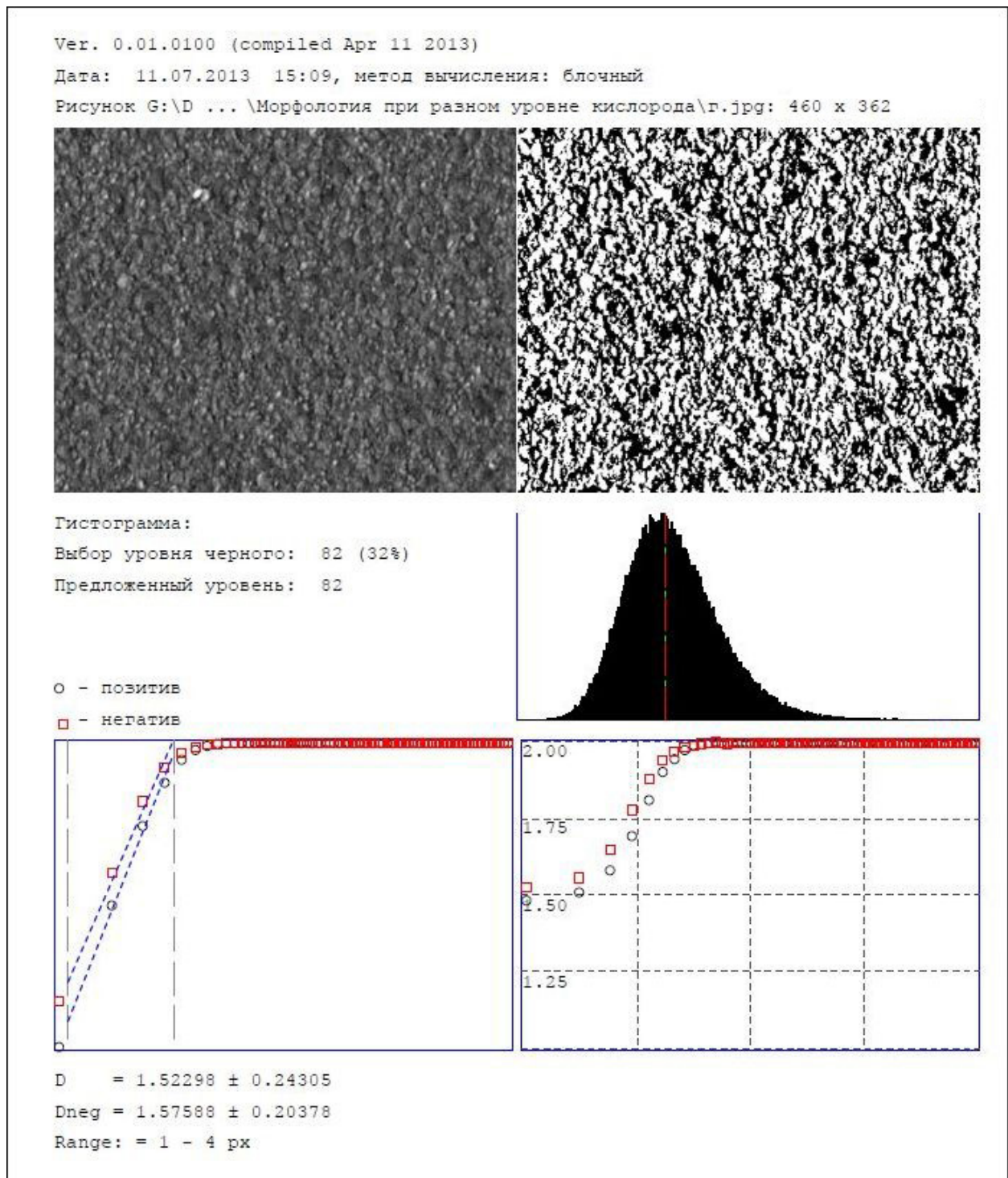


Рисунок 11. Приклад виводу результатів обчислень на принтері

Подвійними клацаннями миші на верхньому графіку користувач може вказати ліву і праву межі діапазону, в якому буде розраховано чисельне значення фрактальної розмірності по зображенню (там, де крива найбільш бли-

зька до прямої лінії; по суті це точки, де похідна досягає екстремуму, тобто там, де друга похідна перетворюється в нуль). Розраховані значення виводяться на екран, а кнопка друку дозволяє вивести звіт про обчислення на принтер (приклад такого виведення результатів на принтер наведено на рис. 11).

### 2.2.2.2. Характеристики розробленої програми

Як вже говорилося раніше, наявні програми для обчислення фрактальних характеристик зображень не завжди дають стійкі, точні і надійні результати [65], і що отримання надійних результатів вимагає попередньої обробки зображень, зокрема, підгонку їх розмірів під певні обмеження (наприклад, в ідеальному випадку розміри зображення повинні представляти собою ступені деякого невеликого числа, скажімо, 2, 3 або 5). Тому невід'ємною частиною роботи є виконання досліджень розробленої програми на прикладі модельного об'єкта (як і для програми MFRDrom в [65], використовувався килим Серпінського (рис. 5)).



Рисунок 12. Залежність вимірної фрактальної розмірності від кількості експериментальних точок

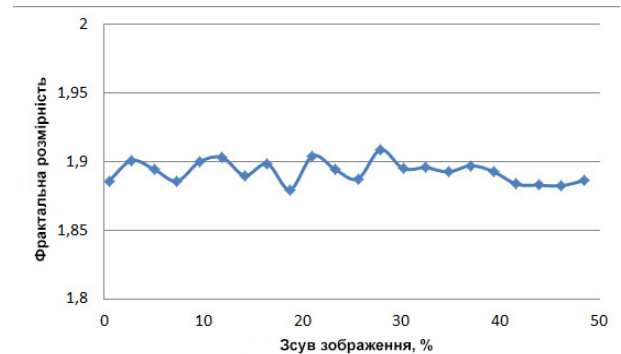


Рисунок 13. Залежність вимірної фрактальної розмірності від зсуву килима Серпінського

Перше дослідження полягає в перевірці впливу кількості розрахункових точок на результати обчислень. Оскільки потрібно забезпечити якомога ширший діапазон кількості точок, в якості модельного було взято зображення розміром 6561×6561 пікселів. Результати експерименту показані на рис. 12. Як

видно, вплив кількості експериментальних точок на одержувану розмірність дуже малий.

Наступний обчислювальний експеримент полягає у вивченні впливу на фрактальну розмірність, яка обчислюється, циклічного зсуву зображення. В цьому випадку був використаний килим Серпінського меншого розміру —  $2187 \times 2187$  пікселів. Як випливає з наведених на рис. 13 результатів даного обчислювального експерименту, циклічні зсуви зображення мають дуже слабкий нерегулярний вплив на обчислювану фрактальну розмірність.

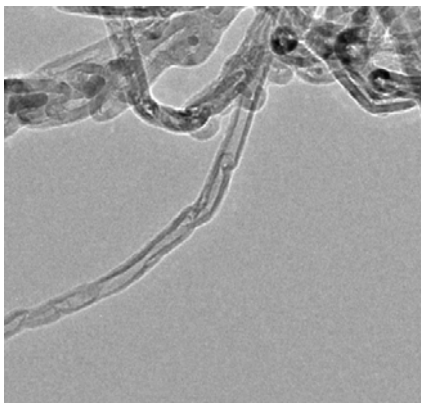


Рисунок 14. Приклад зображення, на якому об'єкт займає лише невелику його частину

Нерідко в реальних зображеннях, отриманих з використанням електронної мікроскопії, інтерес представляє не все зображення, а тільки деяка його частина, як, наприклад, на рис. 14. Черговий обчислювальний експеримент полягає в довільному випадковому “забіленні” певної частини килима Серпінського і вивченні впливу розміру цієї частини на фрактальну розмірність, що обчислюється.

У цьому випадку, як видно з представлених на рис. 15 результатів, сильний вплив на обчислювану фрактальну розмірність має місце тільки при великих значеннях площі заливки — більше 80%.

Експерименти по впливу на обчислювану фрактальну розмірність зображення розмірів килима Серпінського та його орієнтації (показані на рис. 16 і 17 відповідно) також показали стійкість розробленого програмного забезпечення до зазначених факторів.

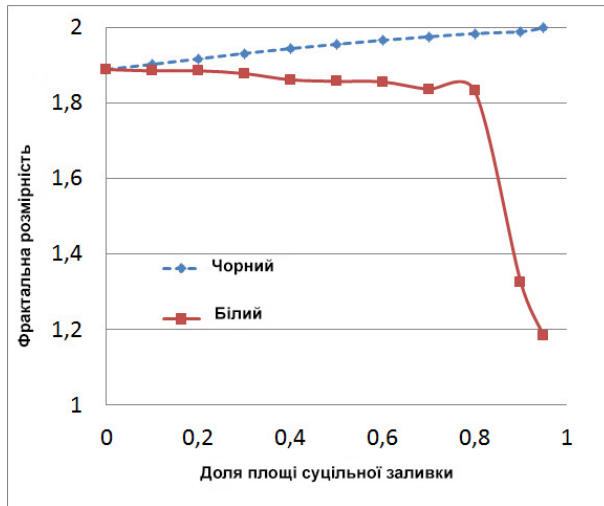


Рисунок 15. Вплив площі суцільної заливки на величину фрактальної розмірності

Таким чином, як показали проведені на модельному об'єкті (килимі Серпінського) дослідження, розроблений алгоритм визначення фрактальної розмірності двовимірного зображення і його комп'ютерна реалізація має високий ступінь стійкості до різних спотворень зображення, що не зачіпають структуру останнього.

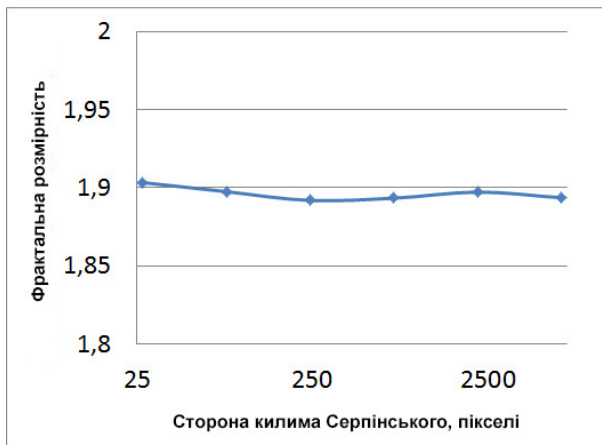


Рисунок 16. Вплив розміру килима Серпінського на обчислювану фрактальну розмірність

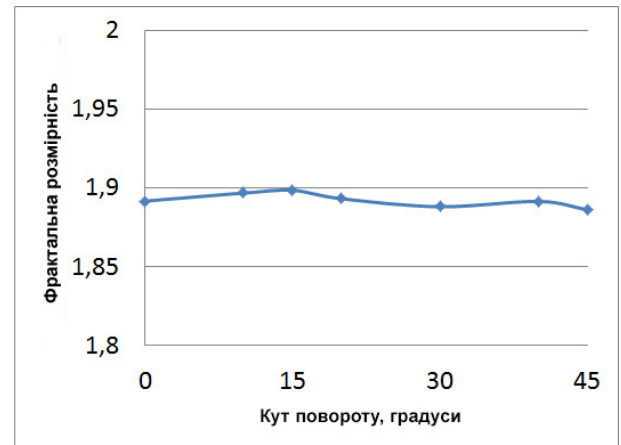


Рисунок 17. Вплив повороту килима Серпінського на обчислювану фрактальну розмірність

## **2.3. Розробка програмного забезпечення для отримання мультифрактальних характеристик зображень структури матеріалів**

Друге з поставлених в роботі завдань формулюється таким чином: *розробка методу визначення мультифрактальних характеристик двовимірного зображення структури шляхом розробки відповідного стійкого алгоритму і його реалізації у вигляді програмного забезпечення, яке можна використовувати в якості стандартного, уніфікованого комп'ютерного інструментарію для отримання мультифрактальних характеристик зображень структури матеріалів.*

### **2.3.1. Розробка алгоритму отримання мультифрактальних розмірностей зображень структури матеріалів**

Так само, як і в разі обчислення фрактальної розмірності зображення структури матеріалу, алгоритм обчислення заснований на розглянутій математичній моделі обчислення мультифрактальних розмірностей  $D_q$ . Він складається з попередньої обробки оцифрованого зображення, виборі набору розмірів пробних боксів, обчисленні узагальнених статистичних сум для різних значень  $\varepsilon$  та визначенні множини значень  $D_q$  з використанням методу найменших квадратів.

#### **2.3.1.1. Перетворення зображення в чорно-біле**

Основні підзадачі при розробці алгоритмів визначення мультифрактальних характеристик зображень структури матеріалів виявляються тими ж, що і в попередньому випадку обчислення фрактальної розмірності — це перетворення цифрового зображення в чорно-біле (цього разу з можливим додатковим виділенням на зображенні системи границь) та розбиття його на пробні бокси.



Як показали дослідження, представлено вище вирішення питання про перетворення цифрового зображення в чорно-біле з виділенням точок, що належать фрактальному об'єкту, цілком адекватне і для алгоритму отримання мультифрактальних характеристик зображень структури матеріалів. Схема перетворень зображення, що виконує програма обчислень мультифрактальних характеристик, наведено на рис. 18.

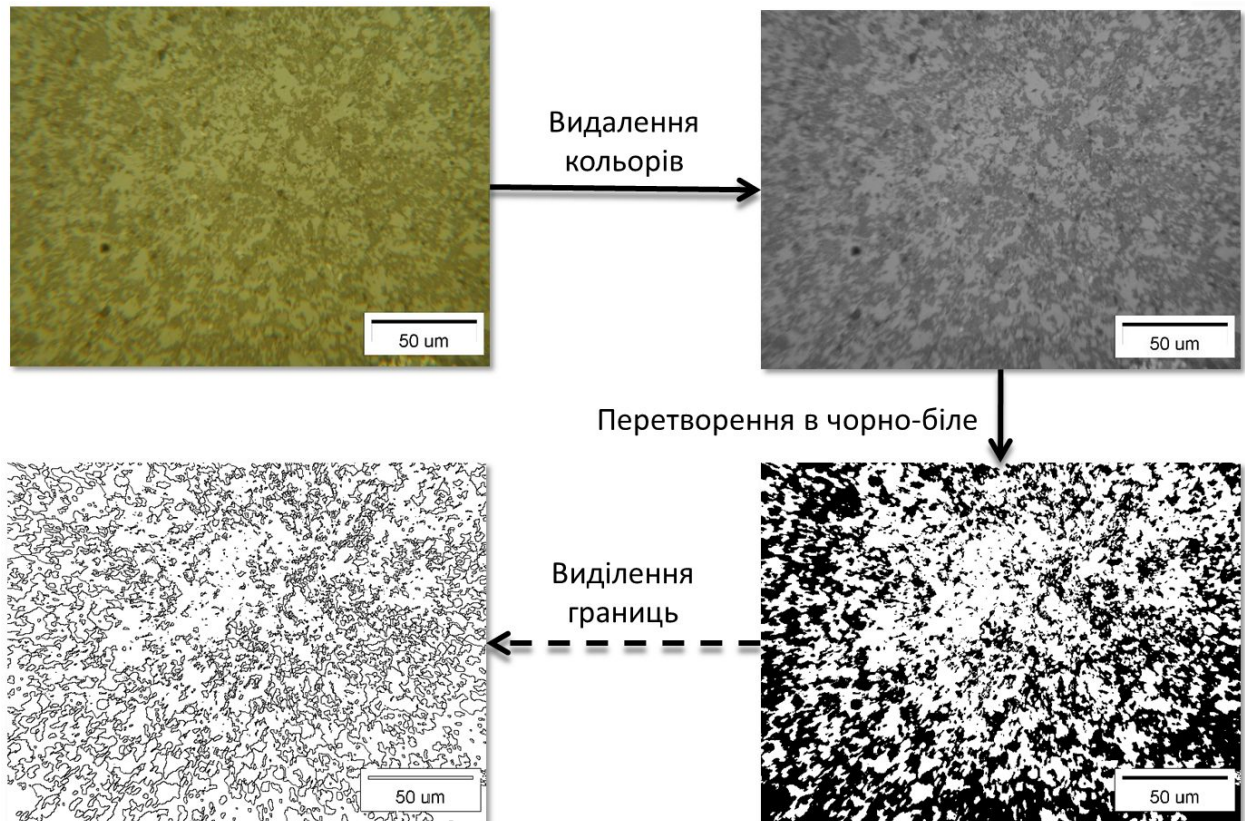
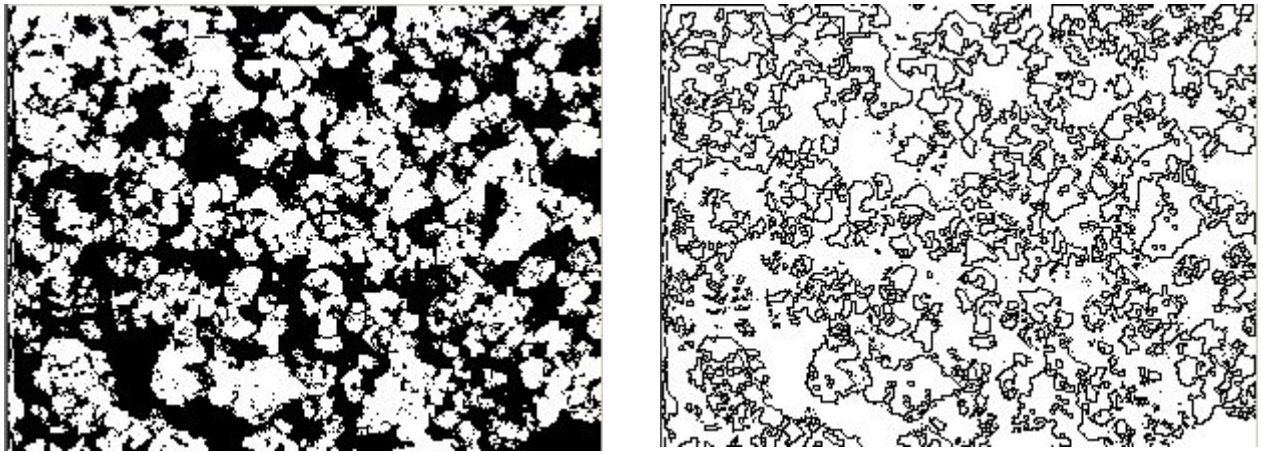


Рисунок 18. Схема перетворень зображення, що виконує програма обчислень мультифрактальних характеристик

Як видно з наведеної схеми, це рішення полягає в перетворенні досліджуваного кольорового зображення структури в зображення в градаціях сірого кольору, відповідно до рекомендації ITU-R BT.601-4 [77] (якщо дослідник не надав вже готове зображення в градаціях сірого кольору, підготовлене відповідним апаратним забезпеченням електронної мікроскопії або за допомогою деякого допоміжного програмного забезпечення). Потім будується гистограма розподілу пікселів зображення по їх інтенсивності, і в якості пропонованого

порогового значення яскравості використовується значення, при якому кількість пікселів з інтенсивністю, меншою порогової, має бути, наскільки це можливо, таким же, як і кількість пікселів з інтенсивністю, більшою порогової.

Оскільки у фізиці твердого тіла дуже важливу роль відіграють границі — розділу фаз, матеріалів, зерен тощо, при розробці даного алгоритму і реалізуючого його програмного забезпечення було прийнято рішення піти далі та додати в програму можливість автоматичного визначення границь розділів “чорної” і “білої” фаз на чорно-білому зображенні, для обчислення мультифрактальних розмірностей для такого модифікованого зображення (рис. 19).



а)

б)

Рисунок 19. а) Приклад початкового чорно-білого зображення і б) те саме зображення після застосування алгоритму виділення границь

Даний алгоритм працює шляхом сканування всіх пікселів вихідного зображення. Піксель в цільовому зображенні визначається як чорний, якщо в оригінальному зображенні він має чорний колір та серед пікселів, сусідніх з даним, є пікселі, відмінні від нього за кольором, тобто білі; всі інші пікселі в цільовому зображенні визначаються як білі.

Відповідне налаштування програми дозволяє також будувати систему границь, спираючись не на чорні, а на білі пікселі, тобто в цьому випадку в цільовому зображенні чорними стають ті білі пікселі цільового зображення, які

межують з чорними. Всі інші пікселі вихідного зображення в цільовому зображенні набувають білий колір. Як показує дослід, немає суттєвої різниці між мультифрактальними характеристиками границь, отриманих на основі чорних точок, і границь, отриманих на основі білих точок.

Дане перетворення виконується після описаного раніше перетворення оцифрованого зображення в чорно-біле (із застосуванням обраного порогового значення яскравості для визначення точок, що належать фрактальному об'єкту).

### 2.3.1.2. Розбиття зображення на пробні комірки

Спроба безпосереднього застосування рішення, описаного раніше (див. розділ “Розбиття зображення на пробні комірки” на стор. 64) показала, що незважаючи на те, що таке рішення добре працює при визначенні фрактальної розмірності  $D_0$ , для узагальнених статистичних сум, відмінних від  $Z(0, \varepsilon)$ , в силу характерної для них нелінійності не приводило до бажаних результатів та не давало змоги отримувати стійкі відносно розмірів зображень результати.

У зв'язку з цим у версії алгоритму для визначення мультифрактальних характеристик підхід до виборів розмірів пробних боксів та обчислення статистичних сум було змінено. Було використано розподіл зображення на бокси однакового розміру за умови 100% покриття вихідного зображення; при цьому самі бокси не обов'язково мають цілочисельні розміри. Відповідно була змінена і розрахункова частина алгоритму — тепер при обчисленні значень ймовірностей  $p_i(\varepsilon)$  враховуються не тільки пікселі, що повністю входять в пробний бокс, але і ті пікселі, які потрапляють в такий бокс лише частково (тобто тепер значення  $n_i(\varepsilon)$  не повинні бути цілими числами). Для таких пікселів обчислюється частина площі, яка потрапляє в пробний бокс, і це дробове значення включається в підсумовування для отримання кінцевого значення  $n_i(\varepsilon)$  та узагальнених статистичних сум.



Такий підхід цілком виправданий, оскільки, хоча піксель по суті являє собою мінімальну неподільну одиницю інформації комп'ютерного представлення зображення (звідки і веде походження його назва — *picture element*, тобто елемент зображення), саме зображення є чимось більшим, ніж просте об'єднання пікселів — істотна не тільки інформація про їх колір, але також і про їх відносне розташування. Так, мультифрактальні характеристики, обчисленню яких присвячена дана робота, визначаються саме статистичними властивостями такого розташування.

Описаний метод можна розглядати як поділ на бокси з цілочисельним (в пікселях) розміром *масштабованого* зображення. Застосування реального масштабування при малих розмірах боксів дасть зайвий “хвіст” на експериментальній кривій для обчислення мультифрактальних характеристик, тому попереднє явне масштабування зображення до провадження обчислень практичного сенсу не має.

Таким чином, якщо планується отримати  $N$  експериментальних точок на кривих для визначення мультифрактальних розмірностей, то при стороні зображення, яка дорівнює  $L$  пікселів, виконаємо розбиття на бокси розміром

$$\varepsilon_i = L^{\frac{i}{N-1}}, \quad i = \overline{0..N}. \quad (37)$$

При цьому на логарифмічній шкалі, необхідній для лінеаризації та обчислення мультифрактальних характеристик за допомогою методу найменших квадратів [85], обчислені точки будуть перебувати на однаковій відстані одна від одної.

Застосування цього підходу дає набагато стабільніші результати, ніж той підхід, що використовувався раніше, і був заснований на скануванні зображення в різних напрямках.

Однак, треба зауважити, що при такому підході певна нестабільність проявляється — але тільки при порівняно великих за модулем негативних зна-

ченнях  $q$  (це легко пояснюється тим, що при обчисленні узагальнених статистичних сум найсуттєвіший внесок  $p_i^q(\varepsilon)$  при великих негативних ступенях дають малі дробові значення  $n_i(\varepsilon)$ , точність обчислення яких при запропонованому методі розбиття найменша).

### 2.3.2. Програмне забезпечення для обчислення мультифрактальних характеристик зображень структури матеріалів

Програма обробки зображень, що реалізує описані вище методи визначення мультифрактальних розмірностей, написана на мові програмування Visual C++ [87] з використанням бібліотеки wxWidgets [83]. Умови ліцензії на Visual Studio Community 2019 [88], частиною якої є компілятор Visual C++, дозволяють безкоштовно використовувати його для академічних досліджень: “Будь-яка кількість ваших користувачів можуть використовувати це програмне забезпечення для розробки і тестування додатків в рамках мережевого дистанційного або аудиторного навчання і освіти, а також для проведення академічних досліджень”. Бібліотека wxWidgets є безкоштовним програмним забезпеченням [84].

В даний час розроблена програма працює під управлінням операційної системи MS Windows (перевірена і налагоджена під MS Windows 7, нормальна робота гарантується для Windows 7 і старше). Загальний вигляд вікна програми наведений на рис. 20.

Програма забезпечує гнучку систему налаштувань (зберігаються в реєстрі операційної системи і, таким чином, діють і при наступних запусках програми), показану на рис. 21. У програмі налаштовуються мова інтерфейсу, каталог зображень, кількість точок обчислювального експерименту, набір значень  $q$ , для яких виконується обчислення значень, а також ряд додаткових налаштувань  $D_q$  (зокрема, чи виконувати обчислення для негативного зображення, використовувати багатоядерність процесора та інше).

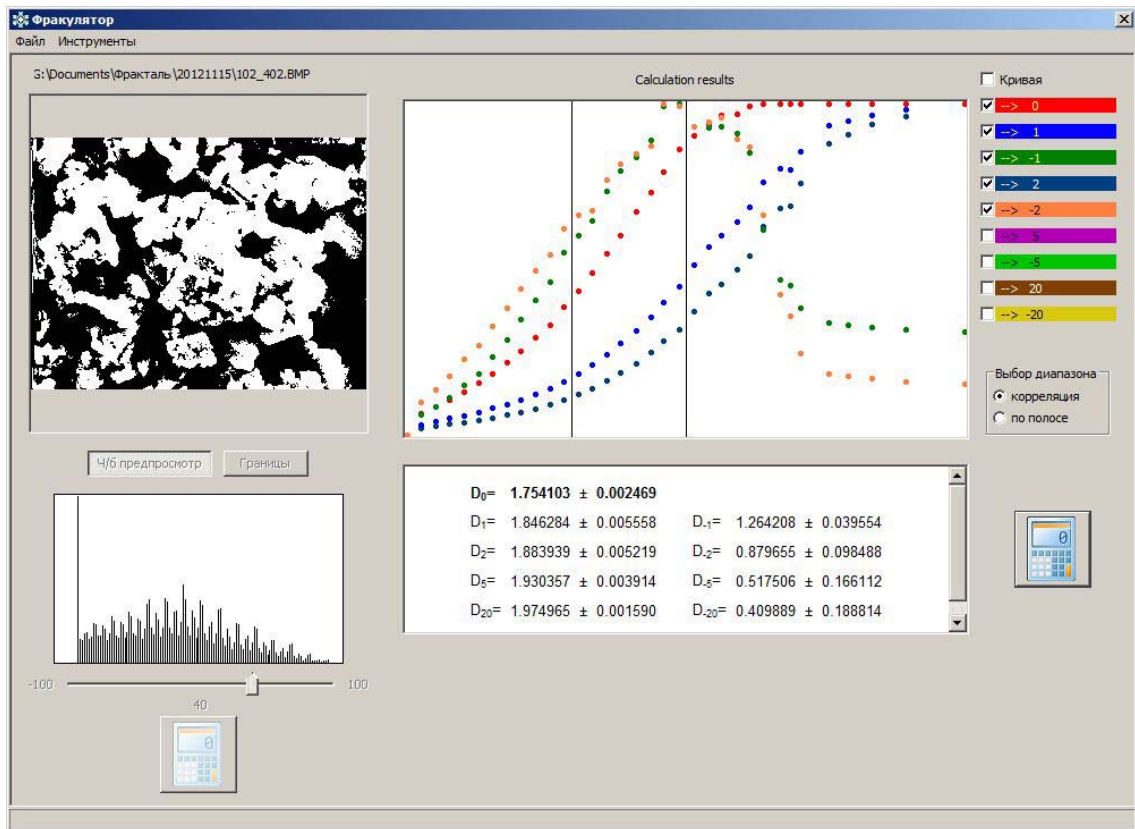


Рисунок 20. Головне вікно програми для обчислення мультифрактальних характеристик двовимірних зображень

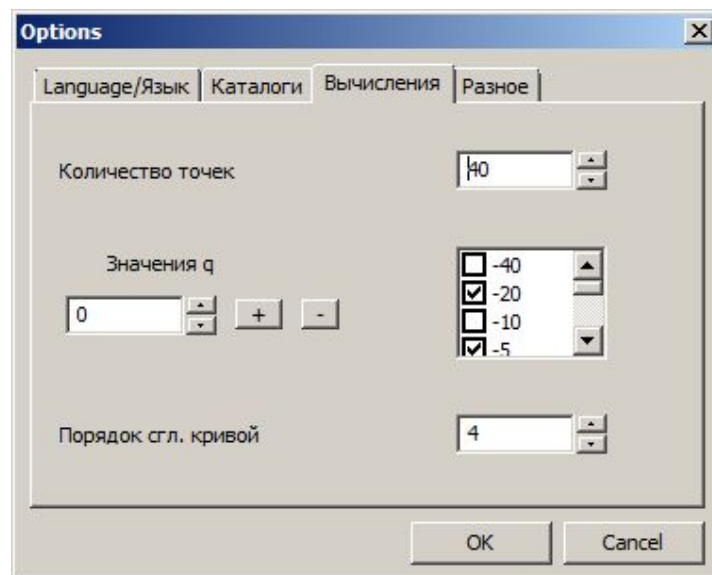


Рисунок 21. Діалогове вікно налаштувань програми

Після запуску програма дозволяє згенерувати модельне зображення (реалізовані килими Серпінського і сніжинки Коха різних розмірів) для того, щоб новий користувач міг попрацювати з програмою і вивчити її можливості,

навіть не маючи власних зображень (при цьому фрактальні характеристики цих об'єктів добре відомі а ргіогі). Основний цикл роботи програми починається з завантаження зображення з файлу (можливо використання зображень в поширених форматах JPG, BMP, TIFF, PNG), після чого програма переводить кольорове зображення в градації сірого, будує гістограму яскравості та рекомендує оптимальне порогове значення для перетворення зображення в двокольорове. Дослідник може вручну змінити цей поріг, перетворити зображення в негативне, а також скористатися можливістю виділення границь на чорно-білому зображенні.

Після налаштування графічних перетворень зображення запускається процес обчислення мультифрактальних характеристик зображення. Оскільки цей процес більш складний, ніж процес обчислення фрактальних характеристик, програма може використовувати для його прискорення можливості мультипроцесорної обробки, яка істотно прискорює обчислення — так, на чотирьохядерному процесорі обчислення прискорюються приблизно в 3,6 рази [89]. Детальніше про цю можливість буде розказано в додатку 1 на стор. 123.

Втім, навіть без застосування мультипроцесорної обробки програма працює досить швидко, витрачаючи на обробку навіть великих зображень при великій кількості експериментальних точок не такий вже великий час, навіть на не дуже потужних комп'ютерах. Так, таке екстремальне обчислення, як набір статистики для шести значень  $q$  для 100 експериментальних точок для зображення розміром  $6500 \times 6500$  пікселів займає близько 40 с часу в однопоточному режимі на комп'ютері з процесором з робочою частотою 3,6 ГГц. Ті ж шість значень  $q$  для 40 експериментальних точок для зображення розміром  $2200 \times 2200$  пікселів в багатопоточному чотирьохядерному режимі обчислюються менш ніж за 2–3 с (рис. 22). Тому можна сміливо говорити про наявність потенційної можливості застосування розробленого алгоритму і програмного забезпечення (при певному доопрацюванні) в пакетах обробки електронно-

мікроскопічних зображень в режимі реального часу, зокрема у вбудованому програмному забезпеченні електронних мікроскопів.

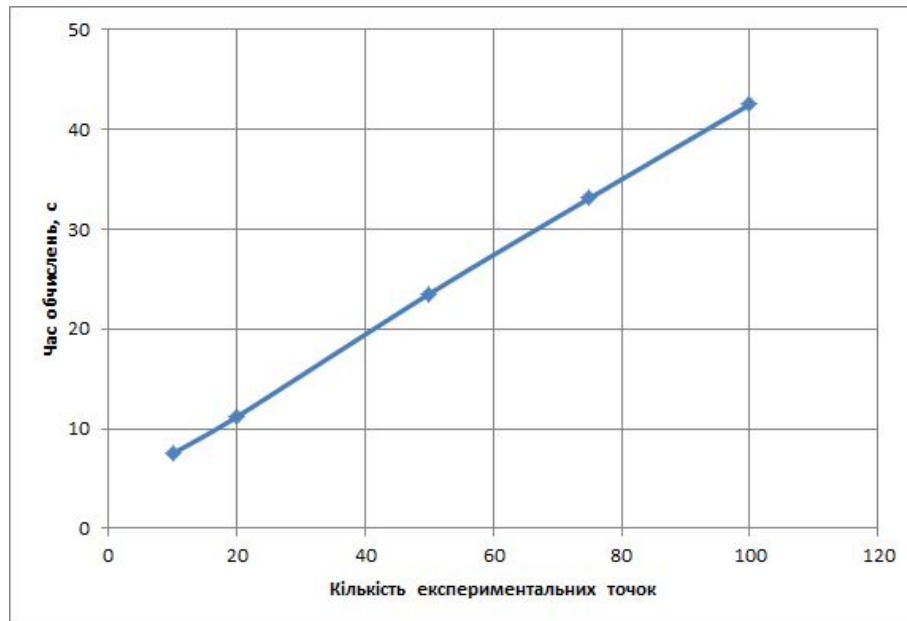


Рисунок 22. Залежність часу обчислень для шести значень  $q$  для зображення розміром  $6561 \times 6561$  пікселів в однопоточному режимі від кількості експериментальних точок

Отримані результати у вигляді відповідних експериментальних кривих виводяться в правій частині основного вікна програми (див. рис. 20), причому, як вже згадувалося вище, налаштування програми (див. рис. 21) дозволяють визначити будь-який призначений дослідником набір значень  $q$ , для яких обчислюються розмірності  $D_q$  (до 64 значень), але на екран виводяться тільки до 10 з них; причому для зручності дослідник може оперативно вмикати та вимикати виведення на екран тих чи інших кривих.

Клацанням мишки на графіку дослідник може вказати ліву і праву границі діапазону лінеаризації (або вибрати готовий діапазон, розрахований по одному з допоміжних алгоритмів, зокрема, діапазон, в якому досягається максимальна точність обчислення розмірності  $D_0$ ), в якому будуть розраховані чисельні значення мультифрактальних розмірностей зображення. Обчислені значення виводяться на екран, а також можуть бути збережені в файл або ви-

ведені на друк. Програма може працювати і в автоматичному пакетному режимі, з використанням поточних налаштувань і зберіганням результатів розрахунків в зазначений дослідником файл, що істотно спрощує обробку великих масивів однотипних зображень та набір статистичних даних.

### 2.3.2.1. Характеристики розробленої програми

Розроблена програма, так само як і програма визначення фрактальної розмірності, була досліджена з точки зору точності і стійкості одержуваних характеристик на модельному об'єкті — килимі Серпінського [90]. В даному дослідженні основними досліджуваними характеристиками були мультифрактальні розмірності Реньї  $D_{-1}$ ,  $D_0$  (фрактальна розмірність),  $D_1$  (інформаційна розмірність),  $D_2$  (кореляційна розмірність), а також  $D_{20}$  (про те, що собою представляють ці мультифрактальні характеристики і про їхній зв'язок із структурними особливостями досліджуваних об'єктів було сказано вище; див. також [91]).

Перше дослідження полягало в перевірці впливу кількості прораховуваних експериментальних точок на результати обчислень. В якості модельного було взято зображення килима Серпінського розміром  $6561 \times 6561$  пікселів; результати цього експерименту показані на рис. 23. Як видно з рисунка, вплив кількості експериментальних точок на одержувану розмірність дуже малий, якщо не враховувати розмірність  $D_{-1}$  (але проблема точного обчислення значень мультифрактальних розмірностей  $D_q$  для від'ємних значень  $q$  вже згадувалася вище на стор. 81; див. також [92]). Для позитивних значень  $q$  розкид значень досить малий (середньоквадратичне відхилення становить близько 0,005; для  $D_{-1}$  ця величина складає 0,02). Слід зауважити, що такого роду відхилення на графіку при виборі діапазону представлення фрактальної розмірності, наприклад, від 1 до 2 будуть практично непомітні, тому для наочності на наведених графіках обрано досить вузький діапазон значень, що дозволяє бачити наявні відхилення, як то кажуть, неозброєним оком.

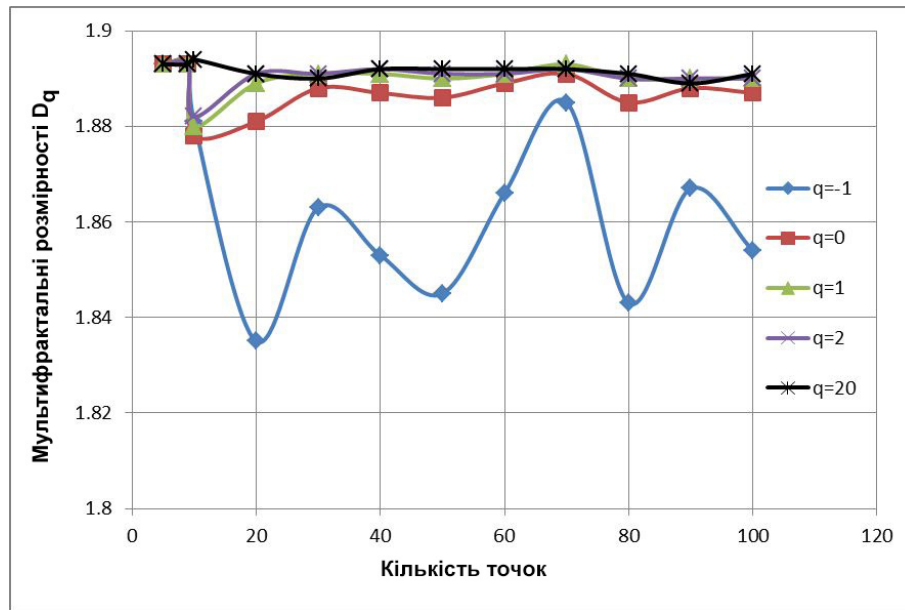


Рисунок 23. Залежність обчислених мультифрактальних розмірностей від кількості експериментальних точок

Наступний експеримент полягав у вивченні впливу на обчислювані мультифрактальні розмірності циклічного зсуву зображення (смуга зображення певного розміру з лівої границі зображення переноситься на праву границю; при цьому решта зображення переноситься на відповідну кількість пікселів ліворуч; розмір всього зображення складав  $2187 \times 2187$  пікселів). Як видно з наведених на рис. 24 і рис. 25 результатів для різних кількостей експериментальних точок, мультифрактальні розмірності з позитивними значеннями  $q$  виявляються маючими наступний розкид: середньоквадратичне відхилення для 9 точок — 0,005, для 50 точок — 0,004. Для  $D_{-1}$  спостерігається дещо більший розкид значень (середньоквадратичне відхилення для 9 точок близько 0,017, для 50 точок — 0,014).

Наступний обчислювальний експеримент полягав у розділенні килима Серпінського на складові частини певного розміру з подальшим випадковим їх перемішуванням [93] і обчисленням мультифрактальних розмірностей отриманого зображення. Результати цього експерименту наведені на рис. 26. Як показує обчислювальний експеримент, порушення структури через перемішування грає велику роль при малих розмірах блоків, але вже при блоках розміром бли-

з'яко 100 пікселів інформації про структуру, що міститься в блоках такого розміру, досить для відновлення фрактальних властивостей всієї структури в цілому.

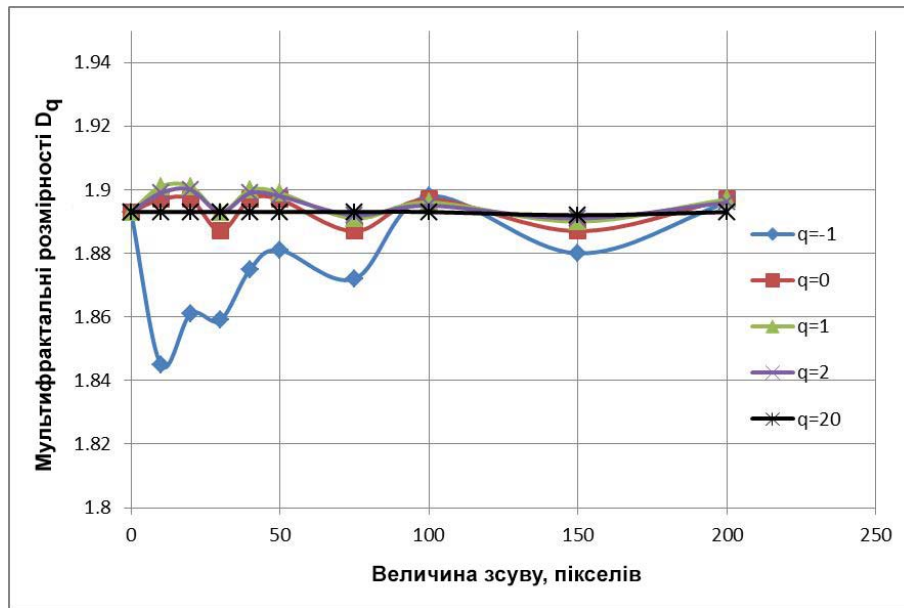


Рисунок 24. Залежність обчислених мультифрактальних розмірностей для зсунутого килима Серпінського (для 9 експериментальних точок)

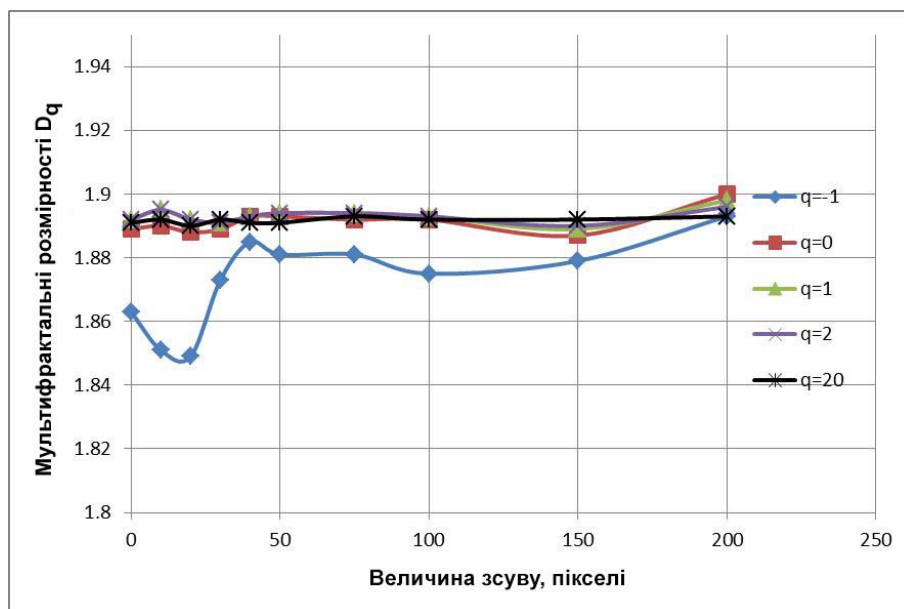


Рисунок 25. Залежність обчислених мультифрактальних розмірностей для зсунутого килима Серпінського (для 50 експериментальних точок)



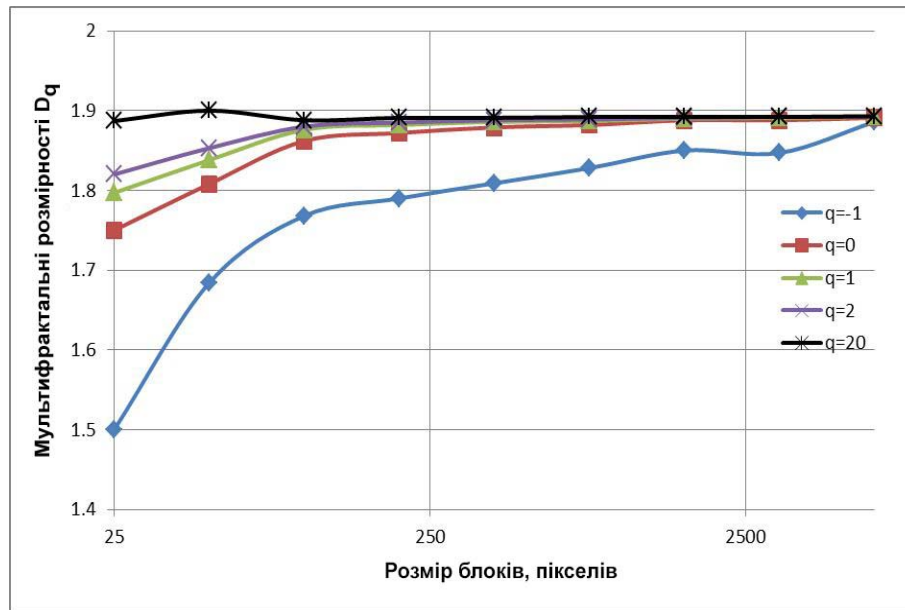


Рисунок 26. Результати експерименту з випадковим перемішуванням блоків килима Серпінського. Дані отримані для 50 експериментальних точок

Результати дослідження впливу розміру зображення на обчислювані мультифрактальні характеристики показані на рис. 27. Слід зауважити, що в даному дослідженні до фактору розміру додається фактор кількості експериментальних точок — так, для килима Серпінського зі стороною 27 пікселів просто фізично неможливо отримати більше 27 експериментальних точок, а реально на ділянці, що використовується для обчислення мультифрактальних розмірностей зображення даного розміру розташовуються лише 8 точок. При такій кількості точок будь-які зміни можуть дати помітний вплив на обчислювані мультифрактальні розмірності. Оцінки показують, що достовірні характеристики можна отримувати тільки для зображень зі стороною починаючи приблизно від 500 пікселів.

Таким чином, розроблена програма має достатній ступінь стійкості до різних спотворень зображення, що не зачіпають фізичну структуру останнього, причому стійкість результатів зростає зі збільшенням кількості експериментальних точок і розміру оброблюваного зображення в пікселях. Показано також, що обчислювані за допомогою програми мультифрактальні розмірності

$D_q$  демонструють більш високу стійкість до спотворень і більшу точність для позитивних значень  $q$ , і меншу — для негативних значень.

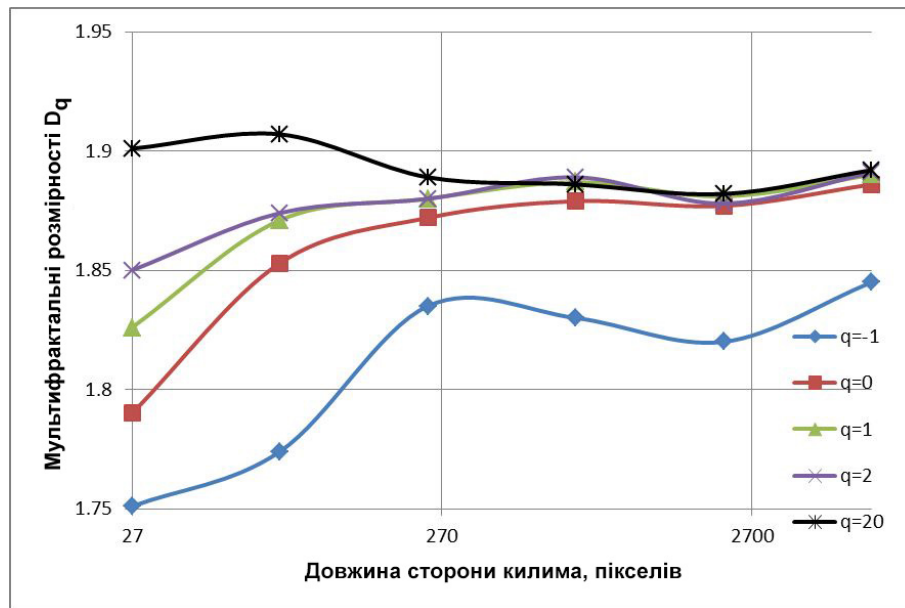


Рисунок 27. Залежність обчислених мультифрактальних розмірностей від розмірів килима Серпінського

### 2.3.2.2. Використання програми обчислення мультифрактальних характеристик зображень структури матеріалів

Програма призначена для попередньої обробки зображень і обчислення їх мультифрактальних характеристик. Математична модель, що лежить в основі даної комп'ютерної реалізації, описана в даній дисертаційній роботі та статтях авторки, зазначених у списку використаних джерел.

*Невід'ємною частиною дослідження мультифрактальних характеристик зображення є робота людини-дослідника, який єдиний може точно вказати цікавлячий його об'єкт дослідження, підготувати його якісні зображення і налаштувати програмне забезпечення таким чином, щоб воно забезпечило дослідження характеристик саме цього об'єкта.*

**Підготовка зображень.** В першу чергу зображення повинно містити інформацію про структуру, що цікавить дослідника, і не містити привнесених

артефактів (написи, об'єкти, що не мають відношення до досліджуваної структури — наприклад, утримувачі зразка тощо).

Зображення повинно містити кількість структурних елементів (наприклад, зерен, меж фаз та іншого), яка забезпечує обґрунтованість використання програмним забезпеченням статистичних методів дослідження з точністю, необхідною для досліджень. Як показує досвід, для отримання стійких мультифрактальних характеристик бажано, щоб кількість таких структурних елементів на одному зображенні була не менше 100. Для цього можна використовувати різне апаратне (але не програмне) масштабування при отриманні зображень.

Структурні елементи різного типу (наприклад, матриця і включення, або зерна різного складу) повинні чітко розрізнятися за яскравістю (що перевіряється дослідником при виборі порогового значення для перетворення в чорно-біле зображення).

Оскільки програма оцінює зображення кількісно, а не якісно, вони повинні бути підготовлені з урахуванням вимог програмної обробки. Як показує практика, досвідчений дослідник в змозі працювати з зображеннями істотно більш низької якості, роблячи обґрунтовані висновки про зображені структури, в той час як програма при роботі з такими зображеннями дає неточні результати, що іноді взагалі не мають фізичного сенсу.

Для того щоб програма давала адекватні результати, зображення повинно бути з однаковим рівнем яскравості по всій площі зображення (як показує досвід, відмінність загальної яскравості більш ніж 5% в різних частинах зображення починає вносити перешкоди при перетворенні зображення в чорно-біле). При неможливості апаратного виконання цієї умови допускається попередня обробка зображення сторонньою графічною програмою з подальшим контролем дослідником перетворення в чорно-біле зображення програмою Fraculator. Дослідник при цьому повинен також

контролювати якість вихідного зображення з точки зору матеріалознавства (як описано вище).

При перетворенні програмою Fraculator вихідного зображення в чорно-біле з використанням порогового значення дослідник повинен стежити за тим, щоб структура, що цікавить дослідника, мала колір, відмінний від кольору решти зображення (“матриці”). При неможливості виконання цієї умови допускається попередня обробка дослідником зображення із застосуванням стороннього програмного забезпечення для точного колірною/яркисного виділення досліджуваної структури.

Вкрай бажана висока різкість (розмиття границь не більше 5% від розміру елементів) вихідного зображення, тому що нерізкі границі елементів виявляються змазаними і вносять суттєву похибку в обчислювані мультифрактальні характеристики.

Для отримання адекватної точності розмір зображення повинен бути не менше мегапікселя ( $1024 \times 1024$  пікселів), розмір мінімального структурного елементу — не менше 10-20 пікселів. Характерні особливості досліджуваної структури повинні бути представлені на зображенні у великій кількості, займаючи не менше 50–75% його площі. Характерний розмір досліджуваних особливостей структур повинен становити не більше 10–15% розміру всього зображення.

Зображення повинно бути збережено у вигляді файлу в форматі JPG, BMP, PNG, TIFF.

На рис. 28 показані приклади зображень з характерними недоліками, що заважають нормальному дослідженню, і результати їх перетворення в чорно-біле зображення.

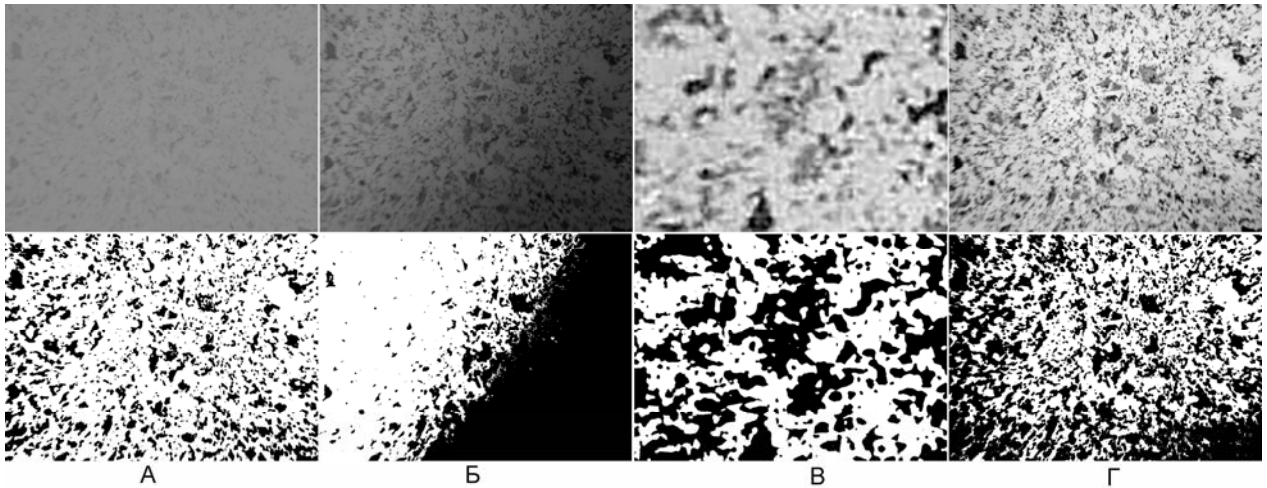


Рисунок 28. А — зображення з поганим контрастом; Б — зображення з нерівномірною яскравістю; В — зображення з недостатньо хорошим масштабом (характерні розміри занадто великі); Г — приклад хорошого зображення

**Порядок роботи з програмою.** Цикл роботи із зображенням полягає в його завантаженні в програму, попередній обробці зображення для підготовки до розрахунку, і обчисленню його мультифрактальних характеристик. Детальна інструкція користувача наведена у додатку 2.

#### 2.4. Висновки до розділу 2

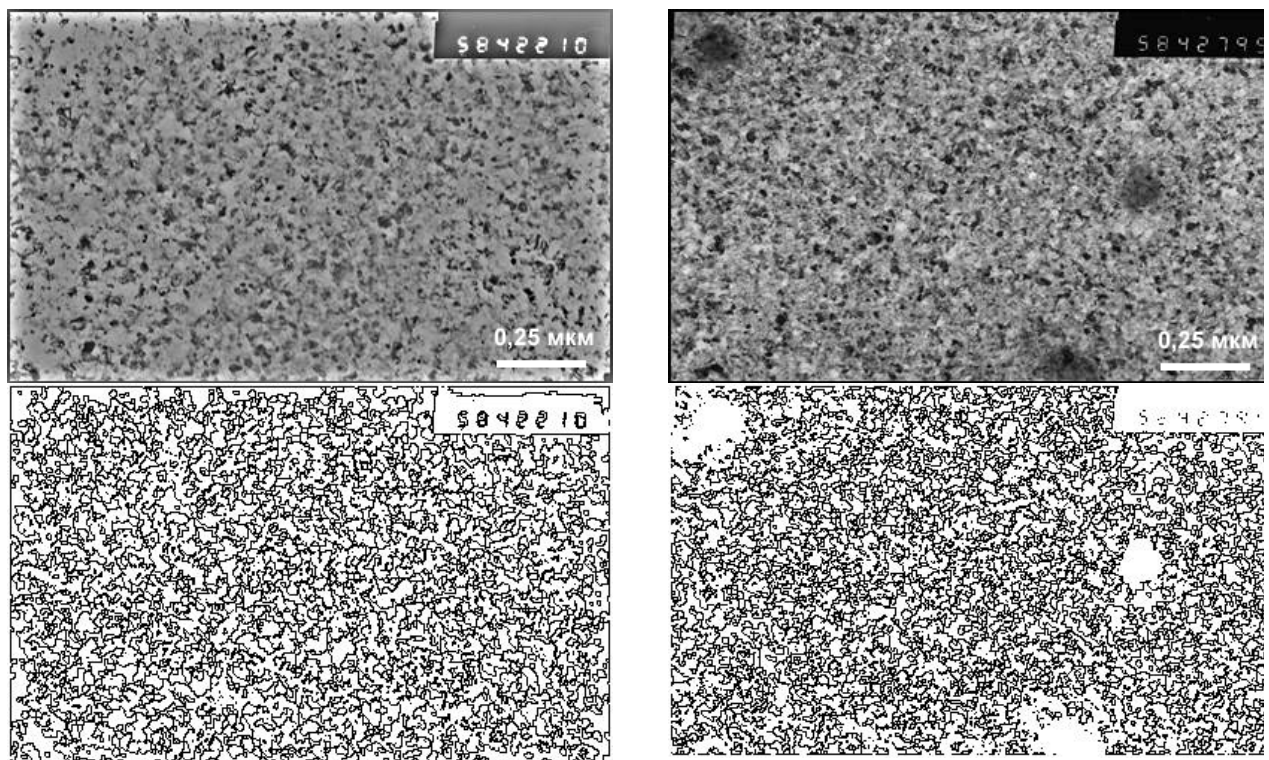
1. Математичні моделі фрактальної геометрії та мультифрактального формалізму адаптовано для обробки зображень структури матеріалів та обчислення їх фрактальних та мультифрактальних характеристик.
2. На основі адаптованих моделей розроблено алгоритми для визначення фрактальних та мультифрактальних характеристик зображень, у тому числі алгоритми попередньої обробки зображень, перетворення кольорового зображення в зображення у відтінках сірого та в чорно-біле з застосуванням порогового значення, алгоритму автоматичного вибору зазначеного порогового значення, алгоритму побудови системи границь, алгоритму накопичення статистичних даних та обробки їх з застосуванням методу мінімальних квадратів тощо.

3. Розроблені алгоритми реалізовані у вигляді програмного забезпечення, яке дозволяє отримати стійкі фрактальні та мультифрактальні характеристики зображень. Програмне забезпечення максимально використовує наявні можливості апаратного забезпечення, дозволяючи прискорити обчислення шляхом використання можливостей сучасних багатоядерних та багатопроцесорних систем.
4. Стійкість розроблених алгоритмів та програмного забезпечення доведена низкою проведених обчислювальних експериментів на модельних об'єктах.
5. Розроблено та обґрунтовано методику дослідження фрактальних та мультифрактальних характеристик зображень структури матеріалу. Надано рекомендації користувачам щодо підготовки зразків зображень для отримання їх фрактальних та мультифрактальних характеристик.

### РОЗДІЛ 3. ПРАКТИЧНЕ ЗАСТОСУВАННЯ ПРОГРАМНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ДЛЯ ОТРИМАННЯ МУЛЬТИФРАКТАЛЬНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЗОБРАЖЕНЬ СТРУКТУРИ МАТЕРІАЛІВ

#### 3.1. Вивчення мультифрактальних характеристик електронно-мікроскопічних зображень титану, осадженого методом магнетронного розпилення

Було виконано дослідження мультифрактальних характеристик електронно-мікроскопічних зображень осадженого методом магнетронного розпилення титану, та його механічних характеристик, а саме твердості  $H$  і приведенного модуля пружності  $E_r$ .

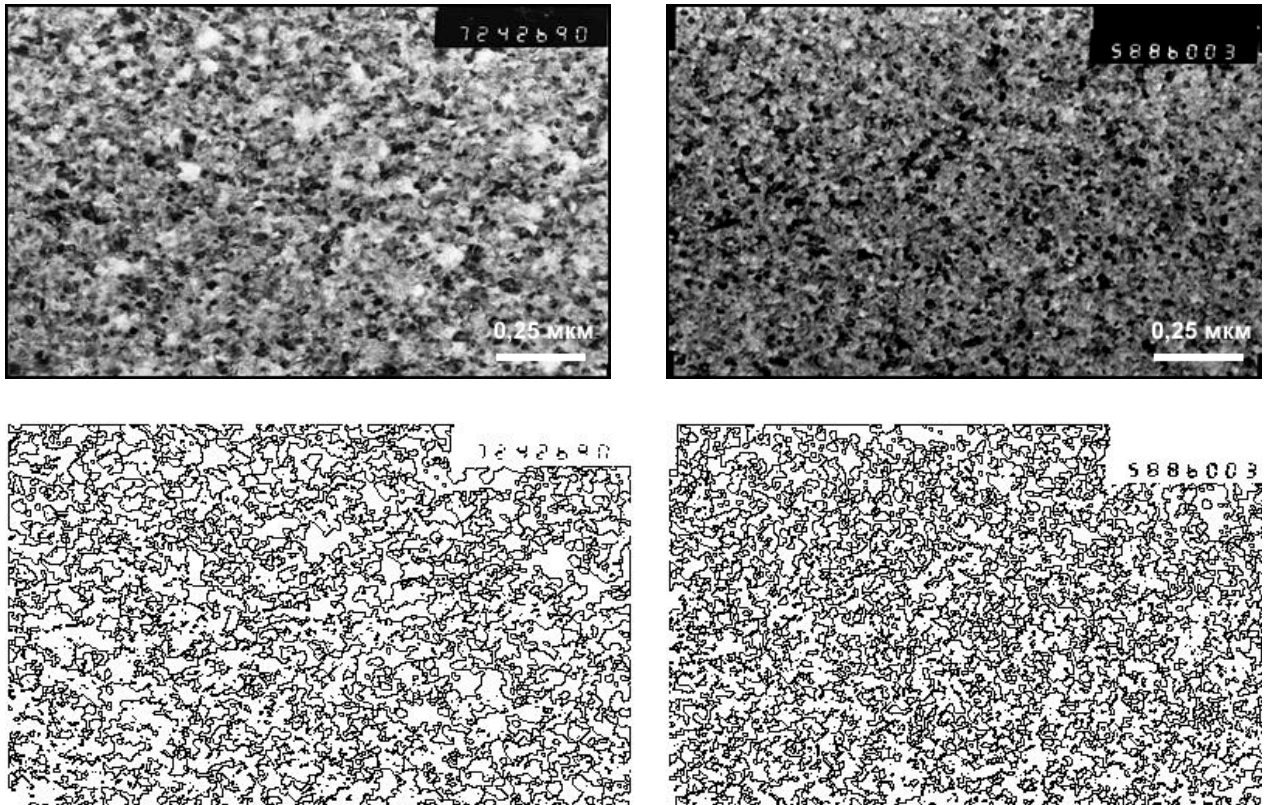


$H = 4,0$  ГПа,  $E_r = 162$  ГПа

$H = 4,9$  ГПа,  $E_r = 173$  ГПа

Рисунок 29. Мікрофотографії зразків структур осадженого титану

(фотографії і виділені границі) і їх механічні характеристики [101]



$$H = 2,2 \text{ ГПа}, E_r = 105 \text{ ГПа}$$

$$H = 4,3 \text{ ГПа}, E_r = 167 \text{ ГПа}$$

Рисунок 29 (продовження). Мікрофотографії зразків структур осадженого титану (фотографії і виділені границі) і їх механічні характеристики [101]

Технологія отримання зазначених покриттів описана в роботі [101], а мікрофотографії (зроблені за допомогою скануючого електронного мікроскопу JAMP 9500 F) зразків структур осадженого титану показані на рис. 29. Твердість і модуль пружності визначалися з кривих наноіндентування, отриманих за допомогою “Nano Indenter-II”, MTS Systems Corporation “Oak Ridge”, TN (USA) з індентором Берковича та використанням аналізу Олівера та Фарра.

Під кореляцією тут і далі в дисертаційній роботі мається на увазі кореляція в сенсі математичної статистики, а саме коефіцієнт кореляції випадкових величин  $X$  і  $Y$  як відношення кореляційного моменту до добутку середніх квадратичних відхилень цих величин [102, 103]:



$$r_{xy} = \frac{\mu_{xy}}{\sigma_x \sigma_y}. \quad (38)$$

Коефіцієнт кореляції є безрозмірною величиною, значення якої не залежить від вибору одиниць вимірювання величин  $X$  і  $Y$ . Коефіцієнт кореляції незалежних випадкових величин має нульове значення, а його абсолютна величина не може перевищувати 1:

$$-1 \leq r_{xy} \leq 1. \quad (39)$$

Дві випадкові величини  $X$  і  $Y$  називають корельованими, якщо їх кореляційний момент (або, що те саме, коефіцієнт кореляції) відмінний від нуля;  $X$  і  $Y$  називають некорельованими величинами, якщо їх кореляційний момент дорівнює нулю.

Дві корельовані величини залежні. Зворотне припущення не завжди має місце, тобто якщо дві величини залежні, то вони можуть бути як корельованими, так і некорельованими. Іншими словами, кореляційний момент двох залежних величин може як дорівнювати, так і не дорівнювати нулю. Однак високе (близьке за абсолютною величиною до 1) значення коефіцієнта кореляції однозначно вказує наявність взаємозалежності розглянутих величин.

Позитивне значення коефіцієнта кореляції означає, що із зростанням значень однієї величини корельована з нею інша величина також зростає, в той час як від'ємне значення коефіцієнта кореляції означає, що із зростанням значень однієї величини корельована з нею інша величина зменшується.

Коефіцієнт кореляції між двома дискретними наборами даних  $x^m = (x_1, x_2, \dots, x_m)$  і  $y^m = (y_1, y_2, \dots, y_m)$  обчислюється за формулою:

$$r_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^m (y_i - \bar{y})^2}} \quad (40)$$

де  $\bar{x}, \bar{y}$  — вибіркові середні зазначених вибірок:

$$\bar{x} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m x_i, \quad \bar{y} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m y_i. \quad (41)$$

В даному випадку роль вибірки  $x$  грають значення тієї чи іншої мультифрактальної розмірності зображень зразків,  $y$  — фізичні властивості зразків, а розмір вибірки  $m$  дорівнює кількості зразків.

Досить високий ступінь кореляції спостерігається як при обчисленнях фрактальної розмірності самих мікрофотографій, так і для виділених на них системах границь (див. стор. 79). За рахунок більшого діапазону величин мультифрактальної розмірності залежність фізичних характеристик від мультифрактальних розмірностей проявляється більш сильно. Як показують результати обчислень, наведені в табл. 1 і 2, з ростом значень мультифрактальних розмірностей структури матеріалу ростуть і значення їх твердості (що гіпотетично можна пояснити тим, що зразки з більш високою фрактальною розмірністю ближчі до монолітних, ніж зразки з більш низькою розмірністю. Однак це гіпотетичне припущення потребує додаткового вивчення для його доказу або спростування). Найбільш яскраво в даному випадку проявляється кореляція фізичних характеристик з розмірністю  $D_{-1}$ .

Таблиця 1. Мультифрактальні характеристики зразків осадженого магнетронним розпиленням титану

Зразок	$D_0$	$D_1$	$D_2$	$D_{-1}$	$H$ , ГПа	$E_r$ , ГПа
1	1,539	1,547	1,542	1,386	4,0	162
2	1,680	1,658	1,638	1,578	4,9	173
3	1,519	1,548	1,550	1,345	2,2	105
4	1,622	1,612	1,579	1,505	4,3	167

Таблиця 2. Кореляція мультифрактальних розмірностей зразків осадженого магнетронним розпиленням титану з механічними характеристиками

Кореляція	$D_0$	$D_1$	$D_2$	$D_{-1}$
з $H$	0,838	0,767	0,687	0,864
з $E_r$	0,736	0,649	0,543	0,771

### 3.2. Вивчення мультифрактальних характеристик зображень плівок хрому, осаджених в аргоні на кремнієвих підкладках

В цьому експерименті розглядалися мультифрактальні характеристики плівок хрому, осаджених в аргоні на кремнієвих підкладках, в залежності від умов їх отримання [104]. На рис. 30 показані зображення поверхні плівок хрому, отриманих осадженням в аргоні при різній температурі.

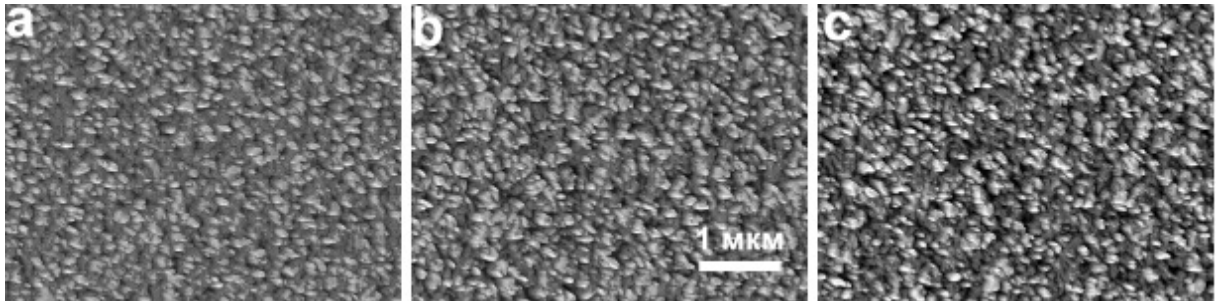


Рисунок 30. Морфологія поверхні плівок хрому, осаджених при температурі 25 (a), 230 (b) и 400 (c) °C [104]. Знімки зроблено за допомогою скануючого електронного мікроскопу JAMP 9500 F

Результати досліджень мультифрактальних характеристик і їх кореляція з твердістю наведені в табл. 3 і 4. Твердість визначалася з кривих наноіндентування, отриманих за допомогою “Nano Indenter-II”, MTS Systems Corporation “Oak Ridge”, TN (USA) з індентором Берковича та використанням аналізу Олівера та Фарра.

Таблиця 3. Мультифрактальні характеристики зразків плівок хрому, осаджених в аргоні

Зразок	$D_0$	$D_1$	$D_2$	$D_{-1}$	$H$ , ГПа
1	1,613	1,618	1,610	1,497	11,0
2	1,617	1,611	1,601	1,516	11,3
3	1,527	1,568	1,577	1,347	10,4

Таблиця 4. Кореляція мультифрактальних характеристик зображень зразків плівок хрому, осаджених в аргоні, з їх твердістю

Кореляція	$D_0$	$D_1$	$D_2$	$D_{-1}$
з $H$	0,957	0,895	0,825	0,974

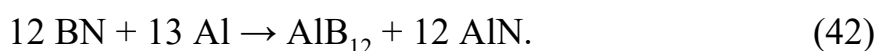
Як видно з представлених даних, в цьому випадку також є високий ступінь кореляції між мультифрактальними розмірностями зображень (структурою матеріалу) і фізичними характеристиками плівок (їх твердістю), причому така ж позитивна, як і в першому експерименті (з осадженим титаном), тобто зі збільшенням мультифрактальних розмірностей зображень структури збільшуються і значення твердості зразків.

### 3.3. Дослідження мультифрактальних характеристик гарячепресованих композитів $AlB_{12}-AlN$

У цьому дослідженні розглядалися композити системи  $AlB_{12}-AlN$  з різним вмістом компонентів, методика отримання та деякі механічні властивості яких описані в [105]. Особливість цієї системи полягає в тому, що її компоненти між собою не взаємодіють, отож можна очікувати, що механічні властивості досліджуваних композитних матеріалів будуть підкорятися законам адитивності. Точно так само можна сподіватися на те, що і мультифрактальні роз-

мірності даного матеріалу демонструватимуть монотонну залежність від кількості AlN в складі композитів.

Вивчення мультифрактальних характеристик зазначених композитів було проведено як складова частина роботи по проекту SPS NATO 985070 “New shock-resisting boron-based ceramics: computer modeling, production, testing” (“Новітня ударостійка боридна кераміка: комп’ютерне моделювання, виробництво, тестування”), що виконувалася в Інституті проблем матеріалознавства та складалася в систематичному дослідженні умов компактування і впливу складу на механічні властивості композитів системи AlB<sub>12</sub>-AlN при вмісті AlN, рівному 75, 50, 25, 10 і 5% (масових відсотків). Додекаборид і нітрид алюмінію були отримані з однієї партії синтезованих продуктів реакцією

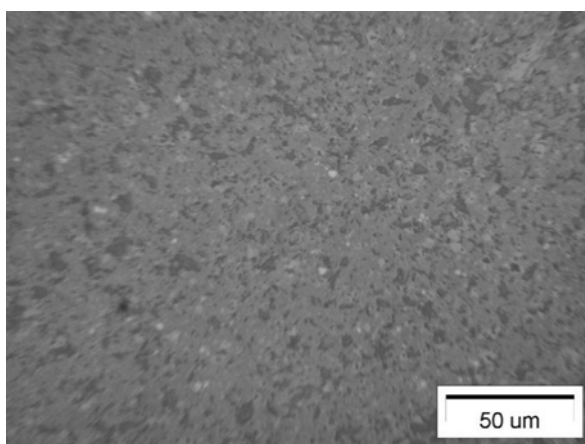


При отриманні шихти для гарячого пресування заданого складу в синтезований продукт, що складається з 25% AlB<sub>12</sub> і 75% AlN, додавали необхідну кількість додекаборида алюмінію, виділеного з продуктів синтезу хімічною обробкою. Гаряче пресування проводили в графітових прес-формах з обмазкою нітридом бору при тиску 30 МПа. Встановлено, що оптимальна температура пресування змінюється від 1850°C до 1930°C, підвищуючись з кількістю AlB<sub>12</sub> в композиті.

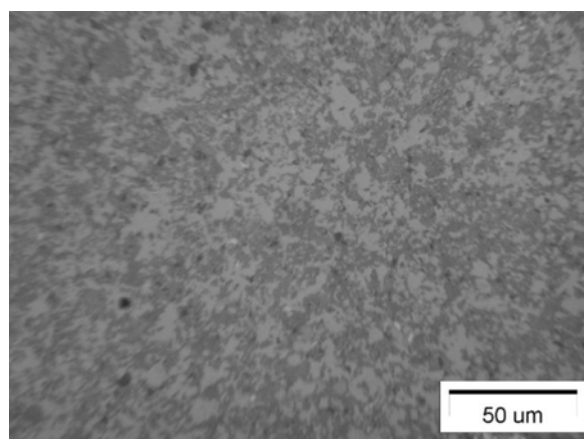
Підготовку зразків для мікроструктурного аналізу, вимірювання твердості і механічних властивостей (полірування) було виконано на полірувальній машині FORCIMATE фірми Metkon. На рис. 31 наведені мікрофотографії структур гарячепресованих зразків. На них можна бачити зміну фазового складу в досліджених межах концентрацій AlB<sub>12</sub> і AlN і оцінити наявність пористості в зразках в залежності від температури пресування.

Результати дослідження мультифрактальних розмірностей зображень, наведених на рис. 31, показані на рис. 32. Як видно з рисунку, апріорні сподівання на те, що мультифрактальні розмірності даного матеріалу демонструва-

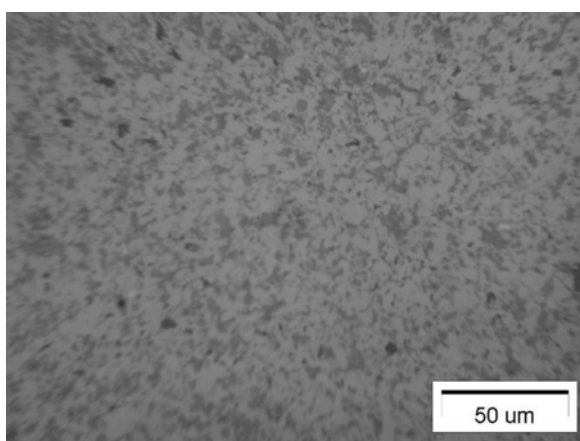
тимуть монотонну залежність від кількості AlN в складі композитів, повністю підтвердилися.



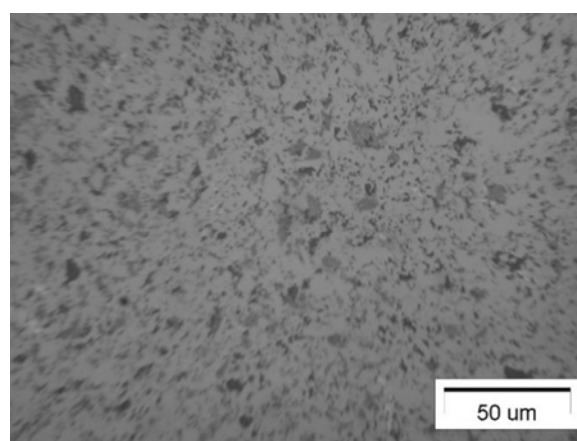
75% AlN



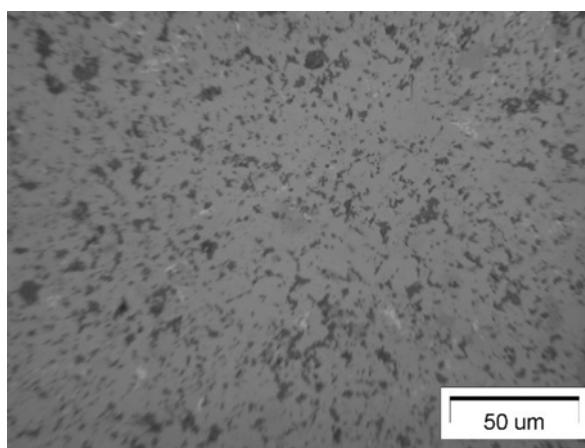
50 % AlN



25 % AlN



10 % AlN



5 % AlN

Рисунок 31. Мікрофотографії поверхні зразків композиту  $AlB_{12}-AlN$  з різним співвідношенням фаз

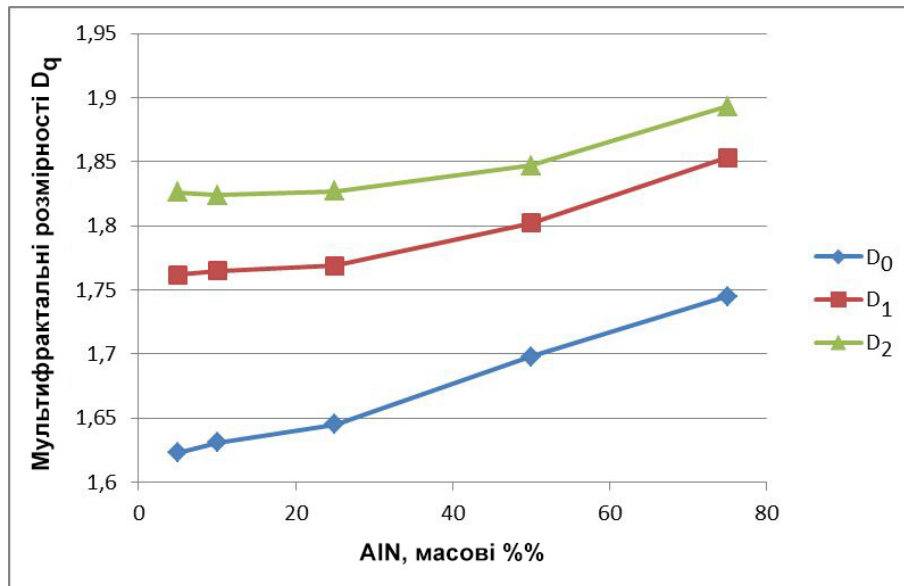


Рисунок 32. Залежності мультифрактальних розмірностей  $D_0$ ,  $D_1$  і  $D_2$  від масової частки AlN в складі композиту

Загальновідомо, що визначальну роль у формуванні експлуатаційних характеристик композитів найчастіше відіграють фізико-хімічні властивості границь розділу фаз (компонентів), що особливо справедливо по відношенню до наноматеріалів з розвиненими границями. Тому можна очікувати, що при оптимізації експлуатаційних властивостей матеріалів важливу роль відіграє структура (геометрія) границь, яка теж може бути охарактеризована значеннями мультифрактальної розмірності.

Як вже не раз згадувалося, розроблена програма надає досліднику можливість не тільки перетворення вихідного зображення структури в чорно-біле, але й автоматичного виділення на ньому системи границь між чорними та білими областями зображення. Приклади оброблених програмою і підготовлених для обчислення мультифрактальних розмірностей зображень матеріалів системи  $AlB_{12}$ –AlN з виділеними на них границями наведені на рис. 33.

Результати дослідження мультифрактальних розмірностей системи виділених границь показані на рис. 34.

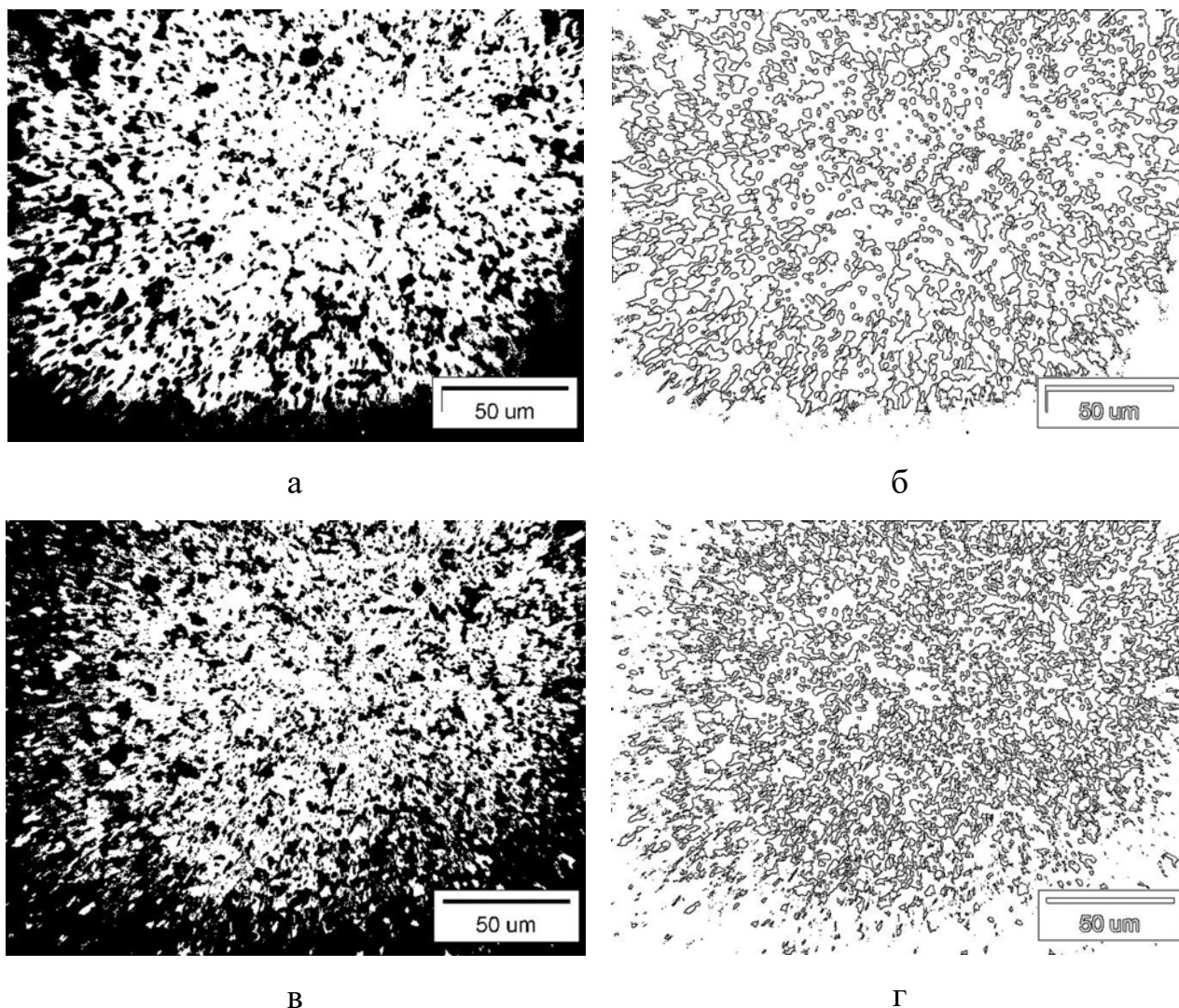


Рисунок 33. Приклади оброблених програмою і підготовлених для обчислення мультифрактальних розмірностей вихідних зображень і системи виділених границь (а, б — 5% AlN, в, г — 75% AlN)

Дані мультифрактальні розмірності носять неадитивний характер, який, однак, непогано корелює з характером залежності мікротвердості шліфів розглянутого композита від масової частки AlN в його складі. Результати дослідження мікротвердості шліфів, виконаного на мікротвердомірі ПМТ-3 під навантаженням 2 Н, показані на рис. 35.



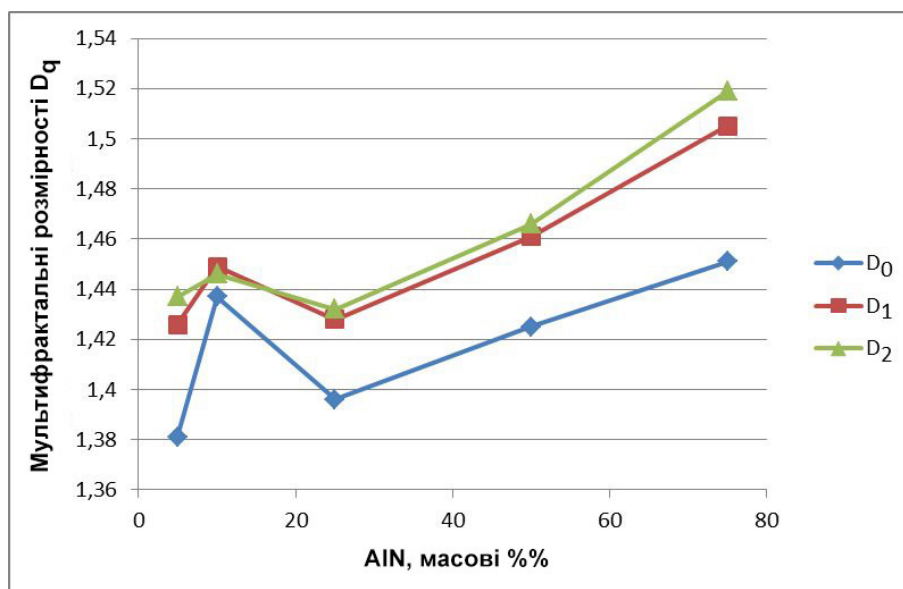


Рисунок 34. Залежність фрактальних розмірностей  $D_0$ ,  $D_1$  і  $D_2$  зображень границь від масової частки AlN в складі композиту

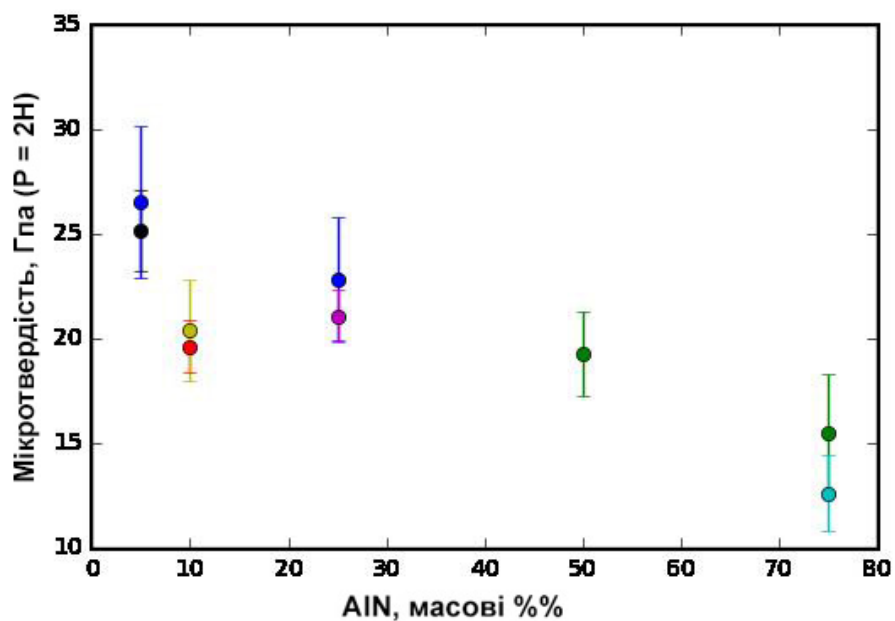


Рис. 35. Мікротвердість композиту  $AlB_{12}-AlN$  в залежності від вмісту нітриду алюмінію

Таким чином, зіставлення отриманих мультифрактальних і фізичних характеристик гарячепресованих композитів  $AlB_{12}-AlN$  дозволяє зробити важливий висновок про те, що з фізичними характеристиками можуть бути пов'язані не тільки мультифрактальні розмірності зображень структури, але і

мультифрактальні розмірності побудованих на їх основі систем границь (що відповідають границям зерен, границям фаз — в залежності від досліджуваного матеріалу). Крім того, ці характеристики границь можуть мати більшу інформативну цінність, ніж характеристики необроблених зображень, в першу чергу для матеріалів, що володіють розвиненими межами, наприклад, для наноматеріалів. Залежність мікротвердості від фрактальної розмірності системи границь показана на рис. 36. Як видно з наведених даних, коефіцієнт кореляції між мікротвердістю та фрактальною розмірністю системи границь досягає 0,979, а сама залежність з великою точністю може бути описана формулою

$$H = -148,1 D_0 + 230,4 \text{ ГПа} . \quad (43)$$

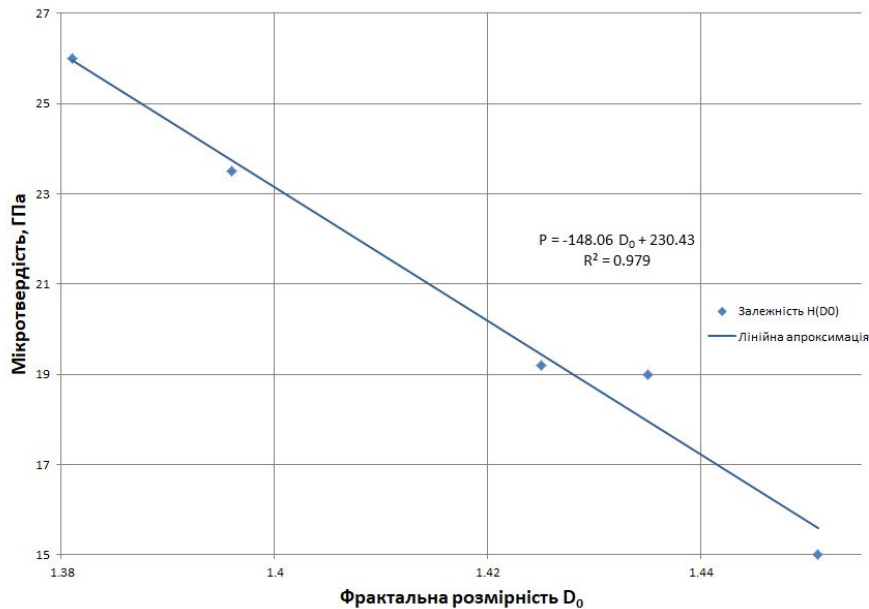


Рисунок 36. Залежність мікротвердості зразків  $\text{AlB}_{12}\text{-AlN}$  з різним вмістом нітриду алюмінію від фрактальної розмірності  $D_0$

### 3.4. Висновки до розділу 3

Апробація розробленої методики кількісної характеристики структури матеріалів по їх електронно-мікроскопічним зображенням при вирішенні актуальних наразі задач матеріалознавства призвела до наступних результатів.

1. Виявлено, що з ростом значень мультифрактальних розмірностей структури плівок титану, осадженого методом магнетронного розпилення, ростуть і значення їх твердості та приведенного модуля пружності. Однак кореляція фрактальних характеристик з приведеним модулем пружності виявилася меншою, ніж кореляція з твердістю.
2. Встановлено, що існує позитивна кореляція мультифрактальних характеристик зображень зразків плівок хрому, осаджених в аргоні при різних температурах, з їх твердістю (з ростом значень мультифрактальних розмірностей ростуть і значення твердості).
3. Встановлено, що мультифрактальні розмірності зображень гарячепресованих композитів  $AlB_{12}-AlN$  демонструють монотонну залежність від кількості  $AlN$  в складі композиту.
4. Виявлено, що зіставлення отриманих мультифрактальних і фізичних характеристик гарячепресованих композитів  $AlB_{12}-AlN$  дозволяє зробити висновок про те, що з фізичними характеристиками можуть бути пов'язані не тільки мультифрактальні розмірності площини фотографій, але і мультифрактальні розмірності побудованих на їх основі систем границь.
5. Встановлено, що коефіцієнти кореляції між мікротвердістю зразків гарячепресованих композитів  $AlB_{12}-AlN$  з різним вмістом  $AlN$  та мультифрактальними розмірностями систем границь досягає значення 0,979. Сама залежність при цьому описується формулою  $H = -148,1 D_0 + 230,4$  ГПа.

## ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ

У дисертації наведено узагальнення існуючих підходів та нове вирішення наукової задачі фізики твердого тіла, яка полягає в розробці методики кількісної характеристики фрактальних властивостей структури матеріалу по його електронно-мікроскопічним зображенням.

На підставі результатів проведеної роботи можна сформулювати такі основні висновки:

1. Існуючі математичні моделі фрактального та мультифрактального аналізу зображень можна успішно адаптувати до задачі визначення кількісних характеристик структури матеріалу по його електронно-мікроскопічним зображенням.
2. Розроблені та реалізовані у вигляді програмного забезпечення алгоритми, які базуються на адаптованій математичній моделі кількісної характеристики фрактальних властивостей структури матеріалу. На цій базі розроблена та апробована методика кількісної характеристики цифрових зображень структури матеріалів, отриманих із застосуванням електронної мікроскопії, яка дає змогу дослідження залежностей фізико-механічних властивостей матеріалу від його структурних характеристик.
3. Встановлено значну роль фрактальних характеристик виділеної системи границь зерен (фаз) в кількісній характеристиці структури матеріалу, що відкриває шляхи подальшого розвитку розробленої методики.
4. Виявлені кореляційні залежності між мультифрактальними структурними характеристиками:
  - осадженого магнетронним розпиленням титану і його твердістю та приведеним модулем пружності;
  - плівок хрому, які осаджені в аргоні, та їх твердістю;
  - композиту  $\text{AlB}_{12}\text{-AlN}$  та його мікротвердістю

підтверджують адекватність адаптованих моделей та роботоздатність розробленого програмного забезпечення.

5. Комп'ютерна реалізація запропонованої методики дає принципову можливість включення її до існуючих програмних пакетів обробки електронно-мікроскопічних зображень в режимі реального часу.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы. М.: Институт компьютерных исследований, 2002. 656 с.
2. Федер Е. Фракталы. М.: Мир, 1991. 254 с.
3. Морозов А.Д. Введение в теорию фракталов. Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2002. 160 с.
4. Божокин С.В., Паршин Д.А. Фракталы и мультифракталы. Учебное пособие. Ижевск: НИЦ “Регулярная и хаотическая динамика”, 2001. 128 с.
5. Puente C. and Pous R. Fractal design of multiband and low side-lobe arrays. *IEEE Trans. Antennas Propagat.* May 1996. Vol. 44. P. 1–10.
6. Puente-Baliarda C., Romeu C. and Cardama A. The Koch monopole: a small fractal antenna. *IEEE Trans. Antennas Propagat.* Nov. 2000. Vol. 48. P. 1773–1781.
7. Апрелов С.А., Гайдуков Г.Н., Герасименко Н.Н., Медетов Н.А. Фрактальный анализ упорядоченности поверхностных микроструктур. *Изв. ВУЗов. Электрон.* 2005. № 2. С. 25–31.
8. Шелухин О.И., Тенякшев А.В., Осин А.В. Фрактальные процессы в телекоммуникациях. М.: Радиотехника, 2003. 418 с.
9. Слюсарь В. И. Фрактальные антенны. Принципиально новый тип “ломаных” антенн. *Электроника:НТБ.* 2007. № 5. С.78–83.
10. Ефремова А.С., Белоусов О.А., Калашников С.Н., Казарян О.А. Применение фрактальных антенн для беспроводных широкополосных сетей четвертого поколения. *Вопросы современной науки и практики. Университет им. В. И. Вернадского.* 2014. № 3(53). С. 56–61.
11. Слюсарь І.І., Слюсар В.І., Вегеш В.М. Комбінаційні антени на базі фракталів. Матеріали 8-ї Міжнародної науково-технічної конференції

“Сучасні напрями розвитку інформаційно-комунікаційних технологій та засобів управління”. 26–27 квітня 2018 року. Полтава–Баку–Харків–Жиліна, 2018. С. 77–78.

12. Грищенко А.Ю. Эффективное сжатие изображений на базе дифференциального анализа. *Журнал радиоэлектроники*. 2012. № 11. С. 1–42. Электронный ресурс: <http://jre.cplire.ru/jre/nov12/1/text.pdf>
13. *Проект с открытыми исходными текстами Netsukuku*. Электронный ресурс: <https://www.openhub.net/p/netsukuku>
14. Иванова В.С., Баланкин А.С., Бунин И.Ж., Оксогоев А.А. Синергетика и фракталы в материаловедении. М.: Наука, 1994. 383 с.
15. *Прикладная синергетика, фракталы и компьютерное моделирование структур*. / Под ред. А.А. Оксогоева. Томск: Томский государственный университет, 2002. 384 с.
16. Хирш П., Хови А., Николсон Р., Пэшли Д., Улан М. Электронная микроскопия тонких кристаллов. М.: Мир, 1968. 574 с.
17. Поляков В.В., Кучерявский С.В. Фрактальный анализ структуры пористых материалов. *Письма в ЖТФ*. 2001. Том 27, Вып. 14. С. 42–45.
18. Кульков С.Н., Томаш Ян, Буюкова С.П. Фрактальная размерность поверхностей пористых керамических материалов. *Письма в ЖТФ*. 2006. Том 32, Вып. 2. С. 51–55.
19. Zaiser M., Bay K., Hähner P. Fractal analysis of deformation-induced dislocation patterns. *Acta mater*. 1999. Vol. 47, No 8. P. 2463–2476.
20. Кривоносова Е.А. Фрактальный анализ структурообразования сварных швов. *Сварочное производство*. 2005. №7. С. 3–6.
21. Кривоносова Е.А., Горчаков А.И. Фрактальный анализ поверхности усталостного разрушения металла сварных швов. *Сварочное производство*. 2012. №8. С. 20–24.

22. Барахтин Б.К., Лебедева Н.В., Пазилова У.А. Цифровая обработка и мультифрактальный анализ дифракционных изображений структур. *Деформация и разрушение материалов*. 2006. №9. С. 18–23.
23. Барахтин Б.К., Варгасов Н.Р., Маркова Ю.М. Оптимизация горячей пластической деформации низколегированных эвтектоидных сталей по данным имитационного моделирования и структурного анализа. XXI Петербургские Чтения по проблемам прочности к 100-летию со дня рождения Л.М. Качанова и Ю.Н. Работнова. 15–17 апреля 2014 г. Сборник материалов. С. 115–118.
24. Барахтин Б.К., Лебедева Н.В., Пазилова У.А. Цифровая обработка и мультифрактальный анализ дифракционных изображений структур *Деформация и разрушение материалов*. 2006. № 9. С.18–23.
25. Штофель О.О. Застосування методу фрактального аналізу до вивчення структури металу. *Науково технічний журнал “Металознавство та обробка металів”*. 2019. Том 91, № 3. С. 40–46.
26. Вовк Я.С., Ляхман А.В., Штофель О.О. Метод фрактального аналізу як сучасний підхід до вивчення структури металу. Розвиток сучасної науки: теорія, практика, інновації: XV Міжнародна науково-практична інтернет-конференція: тези доповідей. Дніпро, 29 березня 2019 р. Ч. 1. Дніпро: ГО «НОК». 2019. С. 5–13.
27. *Вычисление фрактальной размерности Минковского для плоского изображения*. Електронний ресурс: <https://habr.com/ru/post/208368/>
28. Титов В.В., Титов С.В., Резниченко Л.А. Влияние полиморфизма Nb<sub>2</sub>O<sub>5</sub> на мультифрактальные параметры зеренной структуры, совершенство кристаллической структуры и свойства ниобатных сегнетокерамик. *Физическая мезомеханика*. 2004. Т. 7, № 1 (спецвыпуск). С. 275–278.
29. Титов С.В., Титов В.В., Ахназарова В.В., Комаров В.Д., Разумовская О.Н., Шилкина Л.А., Резниченко Л.А., Дудкина С.И. Корреляция



- мультифрактальных параметров зеренных структур и бесконечной пьезоанизотропии гетерогенных сред на основе ниобата натрия. *Физическая мезомеханика*. 2010. Т. 13, № 4. С. 115–121.
30. Волчук В.Н.. К вопросу о применении теории мультифракталов для оценки механических свойств металла. *Металознавство та термічна обробка металів*. 2014. № 3. С. 12–19.
31. Волчук В.Н.. Определение чувствительности мультифрактальных характеристик металла *Вісник Придніпровської державної академії будівництва та архітектури*. 2015. № 12 (213). С. 10–14.
32. Гордиенко Ю.Г., Гонтарева Р.Г., Засимчук Е.Э., Засимчук И.К. Фрактальные свойства поверхностного рельефа монокристаллов алюминия при их совместном нагружении с образцами из сложнолегированных сплавов. *Металлофизика и новейшие технологии*. 2002. вып. 24, № 11. С. 1561–1571.
33. Засимчук Е.Э., Гордиенко Ю.Г., Прудникова В.И., Турчак Т.В. Особенности рекристаллизации при прокатке кристаллов Al. Скейлинг размеров рекристаллизованных зерен. *Металлофизика и новейшие технологии*. 2005. вып. 27, № 5. С. 595–607.
34. Мельнийчук Ю.О. Застосування мультифрактального аналізу для оцінки структур твердих сплавів та їх зносостійкості. *Вісник ЖДТУ. Технічні науки*. 2010. №1(52). С. 31–37.
35. Клименко С.А., Щербаков А.В., Мельнийчук Ю.А. Фрактальная оценка механических свойств материалов. Современные методы и средства неразрушающего контроля и технической диагностики: Материалы 8-го Междунар. семинара. Ялта. Сент. 2000 г. Киев: АТМ Украины, 2000. С. 33—35.
36. Клименко С.А., Мельнийчук Ю.А., Встовский Г.В. Взаимосвязь параметров структуры, механических свойств напыленных материалов

- и стойкости инструмента при их обработке резанием. *Сверхтвердые материалы*. 2008. №2. С.56–64.
37. Клименко С.А., Мельничук Ю.А. Фрактальный подход к изучению обрабатываемости резанием защитных покрытий. *Сверхтвердые материалы*. 2003. №3. С. 46–53.
38. Маламатов А.Х., Козлов Г.В., Микитаев А.К. К вопросу о корреляции ударной вязкости и фрактальной размерности поверхности разрушения для полимеров. *Деформация и разрушение материалов*. 2006. № 10. С. 46–48.
39. Moskvina P., Balytska N., Melnychuk P., Rudnitskyi V., Kyrylovych V. Special features in the application of fractal analysis for examining the surface microrelief formed at face milling. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2017. № 2/1 (86). P. 9–15.
40. Панин А.В., Шугуров А.Р. Применение фрактального описания для анализа изображений в сканирующей зондовой микроскопии. *Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования*. 2003. №6. С. 62–69.
41. Бородич Ф.М., Мосолов А.Б. Фрактальный контакт твердых тел. *ЖТФ*. 1991. Том. 61, Вып. 9. С.50–54.
42. Бородич Ф.М., Онищенко Д.А. Фрактальная шероховатость в задачах контакта и трения (простейшие модели). *Трение и износ*. 1993. Том 14, №3. С. 452–459.
43. Borodich F.M. Similarity properties of discrete contact between a fractal punch and an elastic medium. *C.R. Acad. Sci. Paris*. 1993. T. 316. Série II. P. 281–286.
44. Баланкин А.С. Фрактальная динамика разрушения. *Письма в ЖТФ*. 1991. Том 17, Вып. 11. С. 9–13.

45. Баланкин А.С. Теория упругости и энтропийной высокоэластичности фракталов. *Письма в ЖТФ*. 1991. Том 17, Вып. 17. С. 68–72.
46. Баланкин А.С. Фрактальная динамика деформируемого твердого тела. *Металлы*. 1992. № 2. С. 32–40.
47. Бородич Ф.М. Энергия разрушения фрактальной трещины, распространяющейся в бетоне или горной породе. *Доклады Академии наук*. 1992. Том 325, №6. С. 1138–1141.
48. Новиков В.В., Wojciechowski K.W. Отрицательный коэффициент Пуассона фрактальных структур. *Физика твердого тела*. 1999. Том 41, Вып. 2. С. 2147–2153.
49. Borodich F.M. Mathematical Models of Discrete Self-Similarity. *Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems*. 1999. Vol.5, Issue 3. P. 245–258.
50. Александров П.С., Пасынков Б.А. Введение в теорию размерности. М.: Наука, 1973. 576 с.
51. *Пакет FRACTAN 4.4.* Электронный ресурс: <http://www.impb.ru/downloads/fractan.zip>
52. Collins T.J. ImageJ for microscopy. *BioTechniques*. 2007. Vol. 43, No 1. P. 25—30. DOI:10.2144/000112517
53. Встовский Г.В., Колмаков А.Г., Бунин И.Ж. Псевдомультифрактальный анализ геометрической асимметрии. Математическое моделирование процессов в синергетических системах. Томск: Изд-во ТГУ, 1999. 281 с.
54. Встовский Г.В. Информационно-симметричный подход к мультифрактальной параметризации изображений структур в металлах и сплавах. В сборнике “Прикладная синергетика, фракталы и компьютерное моделирование структур” под ред. А.А. Оксогоева. Томск: Томский государственный университет, 2002. 384 с.

55. Попова И.А., Стрыгин Ю.В., Гриднев А.Е., Чернышев В.В. Мультифрактальный анализ анодных МДО-покрытий на алюминии. *Конденсированные среды и межфазные границы*. 2007. Том 9, №3. С. 246–249.
56. Попова И.А., Гриднев А.Е., Кукуев В.И., Тутов Е.А., Мельникова М.С. Применение фрактального подхода к описанию микроструктуры поверхности анодных оксидов тантала. *Вестник Воронежского государственного университета. Серия: физика, математика*. 2011. №2. С. 27–31.
57. Анваров А.Д., Маминов А.С., Булкин В.А., Встовский Г.В. Использование мультифрактальной параметризации для исследования связи структуры и механических свойств элементов оборудования из сталей перлитного класса. *Деформация и разрушение материалов*. 2007. №5. С. 38–43.
58. Кузеев И.Р., Пояркова Е.В. Анализ поверхностей разрушения различных зон разнородных сварных соединений в процессе циклической повреждаемости методом мультифрактальной параметризации. *Журнал научных публикаций аспирантов и докторантов*. 2008. Электронный ресурс: <http://jurnal.org/articles/2008/mash3.html>
59. Крамор Н.Р., Чипчев К.Ю. Применение мультифрактального анализа для количественного описания свойств поверхности пористого кремния. *Молодой ученый*. 2016. №11. С. 396–399. Электронный ресурс: <https://moluch.ru/archive/115/30979/>.
60. Хейфец М.Л. Алгоритмы процессов послойного синтеза изделий сложной формы из композиционных материалов. *Процеси механічної обробки в машинобудуванні*. 2009. Вип. 7. С. 257–273.
61. Колмаков А.Г., Витязь П.А., Хейфец М.Л., Сенють В.Т., Ивашко В.С., Лойко В.А., Клименко С.А. Применение метода мультифрактальной

- параметризации для анализа структуры и свойств износостойких покрытий. В сборнике трудов XXIII международной научно-технической конференции “Машиностроение и техносфера XXI века”. Том 1. Донецк, 2016. С. 165–170.
62. Иванова В.С., Оксогоев А.А. О связи стадийности процессов пластической деформации с фрактальной структурой, отвечающей смене масштабного уровня деформации. *Физическая мезомеханика*. 2006. Том 9, № 6. С. 17–27.
63. Абдуллин И.А., Галимов Э.Р., Беляев А.В., Сироткина Л.В. Мультифрактальная параметризация в задачах материаловедения. *Вестник Казанского технологического университета*. 2013. № 19. С. 37–39.
64. Бунин И.Ж., Колмаков А.Г., Встовский Г.В., Терентьев В.Ф. Методология мультифрактальной параметризации структур материалов. *Вестник ТГУ*. 1998. Т. 3, Вып. 3. С. 293–294.
65. Красикова И.Е., Красиков И.В., Картузов В.В. Определение фрактальных характеристик материалов методом мультифрактального анализа изображений. Вычислительный эксперимент на модельных объектах. *Математические модели и вычислительный эксперимент в материаловедении*. К.: Ин-т проблем материаловедения им. И.Н. Францевича НАН Украины. 2007. Вып. 9. С.79–84.
66. Лепов В.В. Структурные модели процессов накопления повреждений и трещиностойкость конструкционных материалов. Дис. ...д-р. техн. наук: 01.02.06: защищена 06.10.2006: утв. 16.02.2007 / СО РАН, Институт физико-технических проблем Севера. Якутск, 2006. 312 с.
67. Балханов В.К. Теорема о мультифрактальной размерности. *Горный информационно-аналитический бюллетень*. 2008. №11. С. 393–395.
68. Маркова Е.В. Совершенствование термической обработки прецизионных деталей на основе закономерностей

- структурообразования стали 09X16H4БЛ: автореферат дис. канд. техн. наук: 05.16.01. Москва: ФГУП “ЦНИИчермет им. И.П. Бардина”. 2013. 24 с.
69. Ковшова Ю.С. Остаточный ресурс оболочковых конструкций. *Нефтегазовое дело: электрон. науч. журнал*. 2013. №3. С. 298–311. Электронный ресурс: [http://ogbus.ru/authors/KovshovaJuS/KovshovaJuS\\_1.pdf](http://ogbus.ru/authors/KovshovaJuS/KovshovaJuS_1.pdf)
70. Ковшова Ю.С., Кузеев И.Р., Наумкин Е.А., Махутов Н.А., Гаденин М.М. Влияние квазистатических режимов нагружения на прочность сосудов, работающих под давлением. *Заводская лаборатория. Диагностика материалов*. 2014. Том 80, № 9. С. 50–55.
71. Иванова В.С., Встовский Г.В., Колмаков А.Г., Пименов В.Н. Фрактальная параметризация структур в радиационном материаловедении. М.: Интерконтакт Наука, 1999. 49 с.
72. Пояркова Е.В. Эволюция структурно-механической неоднородности материалов сварных элементов конструкций в рамках концепции иерархического согласования масштабов. Дисс. ... д-ра. техн. наук: 05.16.09, Уфа: ФГБОУ ВПО УГНТУ. 2015. 392 с.
73. Потапов А.А., Гуляев Ю.В., Никитов С.А., Пахомов А.А., Герман В.А. Новейшие методы обработки изображений. Под ред. А.А. Попова. М.:Физматлит, 2008. 496 с.
74. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3 т. Т. I. 8-е изд. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. 680 с.
75. Герега А.Н. Конструктивные фракталы в теории множеств. Учебное пособие для студентов физико-математических и инженерных специальностей высших учебных заведений. — Одесса: Освіта України, 2017. С. 84.

76. Шредер М. Фракталы, хаос, степенные законы. Ижевск: НИЦ “Регулярная и хаотическая динамика”, 2001. 528 с.
77. Recommendation ITU-R BT.601-4: encoding parameters of digital television for studios. Электронный ресурс. <http://www-inst.eecs.berkeley.edu/~cs150/Documents/ITU601.PDF>
78. Ролдугин В.И. Фрактальные структуры в дисперсных системах. *Успехи химии*. 2003. 72 (10). С. 931–959.
79. Лотиш В.В., Разкевич П.В. Алгоритми генерації мір розбиття при аналізі зображення методом мультифрактальної параметризації. *Міжвузівський збірник “Наукові нотатки”*. Луцьк, 2010. № 27. С. 186–191.
80. Ермаков С.М. Метод Монте-Карло и смежные вопросы. М.: Наука, 1975. 472 с.
81. Красикова И.Е., Картузов В.В., Красиков И.В. Компьютерная реализация алгоритма вычисления фрактальной размерности структуры материала по изображениям, полученным при помощи электронной микроскопии. *Математические модели и вычислительный эксперимент в материаловедении*. К.:Ин-т пробл. материаловедения им. И.Н. Францевича НАН Украины, 2011. Вып. 13. С. 82–89.
82. Open Watcom C++. Portable compilers and Tools. Электронный ресурс: URL: <http://www.openwatcom.org/>
83. wxWidgets. Cross-platform GUI library. Электронный ресурс: <https://www.wxwidgets.org/>
84. Лицензия библиотеки wxWindows. Электронный ресурс: <https://www.wxwidgets.org/about/licence/>
85. Линник Ю.В. Метод наименьших квадратов и основы математико-статистической теории обработки наблюдений. Л.: Физматгиз, 1962. 352 с.

86. Шеннон К. Математическая теория связи. В книге Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике. М.: Изд-во иностранной литературы, 1963. 829 с.
87. Visual C++ Documentation. Электронный ресурс: <https://docs.microsoft.com/en-us/cpp/?view=vs-2017>
88. Условия лицензии на программное обеспечение Microsoft Visual Studio Community 2019. Электронный ресурс: <https://visualstudio.microsoft.com/ru/license-terms/mlt031819/>
89. Красикова И.Е., Картузов В.В., Красиков И.В. Применение средств распараллеливания вычислений в реализации алгоритма вычисления фрактальной размерности двумерных изображений. *International Journal of Open Information Technologies* ISSN: 2307-8162. Vol. 3, No. 12. 2015. P.7–12.
90. Красикова И.Е., Красиков И.В., Картузов В.В. Характеристики компьютерной программы вычисления мультифрактальных характеристик двумерных изображений. *Математические модели и вычислительный эксперимент в материаловедении*. К.:Ин-т пробл. материаловедения им. И.Н. Францевича НАН Украины, 2017. Вып. 19. С. 99–104.
91. Красикова И.Е., Красиков И.В., Картузов В.В. Определение мультифрактальных характеристик изображений структур материалов. *Межвузівський збірник «Наукові нотатки»*. Луцьк, 2017. Випуск №57. С. 102–110.
92. Красикова И.Е., Красиков И.В., Картузов В.В. Корреляция значений фрактальных характеристик структуры материала по электронно-микроскопическим фотографиям поверхности образцов со значениями их физико-механических характеристик. *Электронная микроскопия и прочность материалов*. К.: Ин-т проблем материаловедения НАН Украины, 2016. Вып. 22. С. 3–9.



93. Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р., Штайн К. Алгоритмы: построение и анализ, 3-е изд. М.: Издательский дом “Вильямс”, 2013. 1328 с.
94. Moore Gordon E. No Exponential is Forever: But “Forever” Can Be Delayed! IEEE International Solid-State Circuits Conference. 2003. SESSION 1 / PLENARY / 1.1. Электронный ресурс: <http://cseweb.ucsd.edu/classes/wi10/cse241a/slides/mooreISSCC03.pdf>
95. Антонов А.С. Параллельное программирование с использованием технологии OpenMP: Учебное пособие. М.: Изд-во МГУ, 2009. 77 с.
96. Уильямс Э. Параллельное программирование на C++ в действии. Практика разработки многопоточных программ. М.: ДМК Пресс, 2012. 672 с.
97. Джосаттис Н.М. Стандартная библиотека C++: справочное руководство, 2-е изд. М.: ООО “И.Д. Вильямс”, 2014. 1136 с.
98. Мейерс С. Эффективный и современный C++: 42 рекомендации по использованию C++11 и C++14. М.: ООО “И.Д. Вильямс”, 2016. 304 с.
99. Popov G., Mastorakis N., Mladenov V. Calculation of the Acceleration of Parallel Programs as a Function of the Number of Threads. 14th WSEAS International Conference on Computers. Corfu Island, Greece July 23-25, 2010. Latest trends on computers (Volume II), p. 411–414.
100. Колосов А., Карпов А., Рыжков Е. 32 подводных камня OpenMP при программировании на Си++. Электронный ресурс: <http://www.viva64.com/ru/a/0054/>
101. Основи створення наноструктурних матеріалів як з максимальним зміцненням, так і з регульованим поєднанням твердості та пластичності. Звіт ІПМ НАНУ №0104U006638. Київ, 2014. 100 с.
102. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. Изд. девятое. М.: Высшая школа, 2003. 479 с.
103. Крамер Г. Математические методы статистики. М.: Мир, 1975. 648 с.

104. Фирстов С.А., Куликовский В.Ю., Роголь Т.Г., Дуб С.Н., Пономарев С.С., Тимофеева И.И., Шут О.А. Механические свойства нанокристаллических пленок хрома с малыми добавками кислорода. *Наноструктурное материаловедение*. 2011. № 4. С.31–41.
105. Мазур П.В., Васільєв О.О., Муратов В.Б., Прихна Т.О., Барвіцький П.П., Гарбуз В.В., Картузов В.В. Композиційна кераміка на основі додекабориду та нітриду алюмінію. *Міжвузівський збірник «Наукові нотатки»*. Луцьк, 2017. Вип. 58. С. 232–237.

## ДОДАТОК 1. ЗАСТОСУВАННЯ БАГАТОПОТОЧНОСТІ ПРИ ОБЧИСЛЕННІ МУЛЬТИФРАКТАЛЬНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ДВОВИМІРНИХ ЗОБРАЖЕНЬ

Оскільки, незважаючи на ефективну роботу програми, з ростом розмірів зображень час розрахунків істотно збільшується, постає (характерне для будь-яких завдань з великою кількістю обчислень) питання про підвищення ефективності розробленого програмного забезпечення. Основним джерелом підвищення ефективності програмного забезпечення є застосування більш ефективних алгоритмів. Але оскільки в даний час нами використовується дуже швидкий алгоритм, більш продуктивної заміни якому поки що не знайдено, слід звернутися до інших можливостей, таких як оптимізація коду або використання більш потужної техніки. Однак у зв'язку з тим, що в даний час закон Мура про експоненційне зростання продуктивності обчислювальної техніки перестав адекватно описувати розвиток обчислювальної техніки [94], основним рішенням для підвищення продуктивності програмного забезпечення стає використання багатопоточності.

В тій чи іншій формі багатопроцесорні комп'ютери існують вже десятиліття. Але незважаючи на це, до цих пір жодна модель для паралельних обчислень не отримала повного визнання з боку спільноти програмістів. Проте, можна вважати, що одним з найбільш поширених класів паралельних платформ є динамічна багатопоточність [93].

Слід зауважити, що саме перехід до багатопоточної обробки був однією з основних причин відмови від раніше використовуваного компілятора Open Watcom (розвиток якого практично зупинено, і він не відповідає новим стандартам мови C++) на користь істотно більш потужного компілятора Visual C++, який в ліцензії Visual Studio Community [88] в даний час є безкоштовним загальнодоступним продуктом.

В результаті розгляду трьох варіантів використання багатопоточності, а саме як за допомогою засобів операційної системи (використанням функцій Windows API), так і на більш високому рівні з використанням відкритого стандарту для розпаралелювання програм OpenMP [95] і стандартних засобів розпаралелювання C++, що з'явилися в стандарті C++11 [96], і проведення обчислювальних експериментів [89], був зроблений висновок про те, що найкращу ефективність при максимальній простоті застосування і відповідності парадигмам програмування мови C++ дає використання стандартних засобів C++11.

Основний час роботи програми визначення мультифрактальних характеристик займає прорахунок статистики з використанням пробних боксів. Обчислення мультифрактальних характеристик засноване на лінеаризації графіка залежності статистичних характеристик зображення від розміру пробного боксу, причому кількість розмірів пробного боксу досягає декількох десятків (а то й перевищує сотню, в залежності від розміру початкового зображення і заданих параметрів прорахунку). Однак при цьому вихідні дані для розрахунків (пікселі зображення) використовуються тільки для читання; ніякої їх модифікації при обчисленнях не проводиться. Таким чином, немає необхідності в захисті вихідних даних від умов перегонів за допомогою взаємовиключень, критичних розділів чи інших засобів синхронізації потоків, що робить дану програму ідеальною для застосування багатопоточності. Сказане вище стосується і результатів розрахунків — всі розрахункові дані для різних розмірів боксів зберігаються окремо, і тим самим завдання застосування багатопоточності виявляється максимально спрощеним.

Застосування стандартних засобів бібліотеки C++11 [97] виявляється вкрай простим — по суті вся різниця між послідовним кодом і кодом з паралельними обчисленнями зводиться до заміни рядка явного виклику функції розрахунку `squareCount()` на виклик стандартної функції `async<>()` (згідно з рекомендацією, наведеною в [98], краще використовувати паралельність на

рівні завдань, а не потоків) з передачею їй в якості параметру функції `squareCount()`, збереження повернутого ф'ючерсу і подальшого виклику для ф'ючерсів функції-члена `get()`. Такі дії призводять до асинхронного (по можливості) виконання переданої функції. При цьому в найгіршому випадку неможливості паралельного (асинхронного) виконання завдань всі вони будуть виконані послідовно (синхронно), тобто ніякого погіршення продуктивності при неможливості запуску в багатопотоковому режимі в порівнянні з вихідною, послідовною програмою практично не буде.

Застосування функції асинхронного виконання `asunc<>()` показало відмінні результати — на чотирьохядерному процесорі час розрахунку скоротився в 3,6 рази, що досить близько до теоретичного виграшу в 4 рази (невідповідність максимально допустимому виграшу пояснюється тим, що забезпечити оптимальний розподіл завдань по потокам при залежності часу розрахунку від розміру боксу  $n \ t \sim n^{-2/3}$  (рис. 37) практично нереально; крім того, ідеальне підвищення ефективності недосягнене в силу закону Амдала [99]).

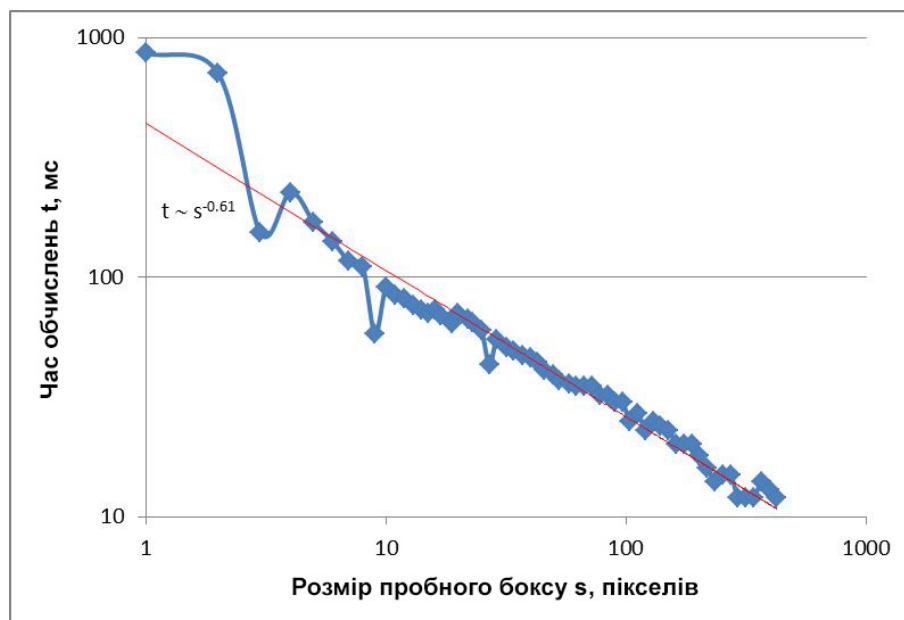


Рисунок 37. Залежність часу обробки пробних боксів від їх розміру

При застосуванні OpenMP, крім описаних в роботі [100] проблем, довелося зіткнутися з тим, що поточна реалізація OpenMP в Visual C++ не вмiє

працювати з сучасними конструкціями мови програмування C++, що з'явилися в стандарті C++11. Та навіть переробка програми під відповідність старим стандартам призвела до підвищення ефективності роботи програми лише в 1,3 рази [89].

Застосування засобів Windows API хоча і дало практично ту ж ефективність, що і застосування стандартних засобів мови програмування C++, але при цьому воно має масу недоліків, в першу чергу — складне написання функції виконання потоків, необхідністю забезпечення засобів передачі обчислених результатів з потоку в головну програму, неможливістю простої та природної обробки винятків C++.

Таким чином, можна зробити висновок про те, що найбільшу ефективність при максимальній простоті застосування і відповідності парадигмам мови програмування C++ дає використання стандартних засобів багатопотоковості C++11. Крім того, на практиці підтверджені теоретичні припущення про простоту й ефективність, в силу особливостей використовуваного алгоритму, застосування паралельних обчислень при визначенні мультифрактальних розмірностей двовимірних зображень.

## ДОДАТОК 2. ІНСТРУКЦІЯ КОРИСТУВАЧА РОЗРОБЛЕНОГО ПРОГРАМНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ

### Загальні положення

Програма призначена для попередньої обробки зображень і обчислення їх мультифрактальних характеристик. Математична модель, що лежить в основі даної комп'ютерної реалізації, описана в даній дисертаційній роботі та статтях авторки, зазначених у списку використаних джерел.

*Невід'ємною частиною дослідження мультифрактальних характеристик зображення є робота людини-дослідника, який єдиний може точно вказати цікавлячий його об'єкт дослідження, підготувати його якісні зображення і налаштувати програмне забезпечення таким чином, щоб воно забезпечило дослідження характеристик саме цього об'єкта.*

### Підготовка зображень

В першу чергу зображення повинно містити інформацію про структуру, що цікавить дослідника, і не містити привнесених артефактів (написи, об'єкти, що не мають відношення до досліджуваної структури — наприклад, утримувачі зразка тощо).

Зображення повинно містити кількість структурних елементів (наприклад, зерен, меж фаз та іншого), яка забезпечує обґрунтованість використання програмним забезпеченням статистичних методів дослідження з точністю, необхідною для досліджень. Як показує досвід, для отримання стійких мультифрактальних характеристик бажано, щоб кількість таких структурних елементів на одному зображенні була не менше 100. Для цього можна використовувати різне апаратне (але не програмне) масштабування при отриманні зображень.

Структурні елементи різного типу (наприклад, матриця і включення, або зерна різного складу) повинні чітко розрізнятися за яскравістю (що перевіряється дослідником при виборі порогового значення для перетворення в чорно-біле зображення).

Оскільки програма оцінює зображення кількісно, а не якісно, вони повинні бути підготовлені з урахуванням вимог програмної обробки. Як показує практика, досвідчений дослідник в змозі працювати з зображеннями істотно більш низької якості, роблячи обґрунтовані висновки про зображені структури, в той час як програма при роботі з такими зображеннями дає неточні результати, що іноді взагалі не мають фізичного сенсу.

Для того щоб програма давала адекватні результати, зображення повинно бути з однаковим рівнем яскравості по всій площі зображення (як показує досвід, відмінність загальної яскравості більш ніж 5% в різних частинах зображення починає вносити перешкоди при перетворенні зображення в чорно-біле). При неможливості апаратного виконання цієї умови допускається попередня обробка зображення сторонньою графічною програмою з подальшим контролем дослідником перетворення в чорно-біле зображення програмою Fraculator. Дослідник при цьому повинен також контролювати якість вихідного зображення з точки зору матеріалознавства (як описано вище).

При перетворенні програмою Fraculator вихідного зображення в чорно-біле з використанням порогового значення дослідник повинен стежити за тим, щоб структура, що цікавить дослідника, мала колір, відмінний від кольору решти зображення (“матриці”). При неможливості виконання цієї умови допускається попередня обробка дослідником зображення із застосуванням стороннього програмного забезпечення для точного колірною/яскравісного виділення досліджуваної структури.



Вкрай бажана висока різкість (розмиття границь не більше 5% від розміру елементів) вихідного зображення, тому що нерізкі границі елементів виявляються змазаними і вносять суттєву похибку в обчислювані мультифрактальні характеристики.

Для отримання адекватної точності розмір зображення повинен бути не менше мегапікселя ( $1024 \times 1024$  пікселів), розмір мінімального структурного елементу — не менше 10-20 пікселів. Характерні особливості досліджуваної структури повинні бути представлені на зображенні у великій кількості, займаючи не менше 50–75% його площі. Характерний розмір досліджуваних особливостей структур повинен становити не більше 10–15% розміру всього зображення.

Зображення повинно бути збережено у вигляді файлу в форматі JPG, BMP, PNG, TIFF.

На рис. 38 показані приклади зображень з характерними недоліками, що заважають нормальному дослідженню, і результати їх перетворення в чорно-біле зображення.

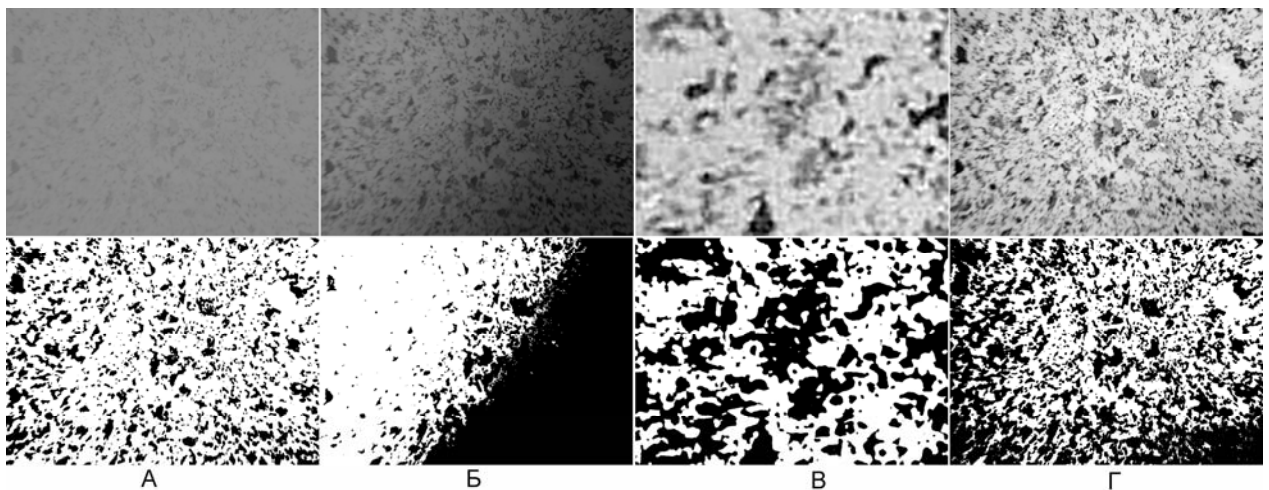


Рисунок 38. А — зображення з поганим контрастом; Б — зображення з нерівномірною яскравістю; В — зображення з недостатньо хорошим масштабом (характерні розміри занадто великі); Г — приклад хорошого зображення

## Порядок роботи з програмою

Цикл роботи із зображенням полягає в його завантаженні в програму, попередній обробці зображення для підготовки до розрахунку, і обчисленню його мультифрактальних характеристик.

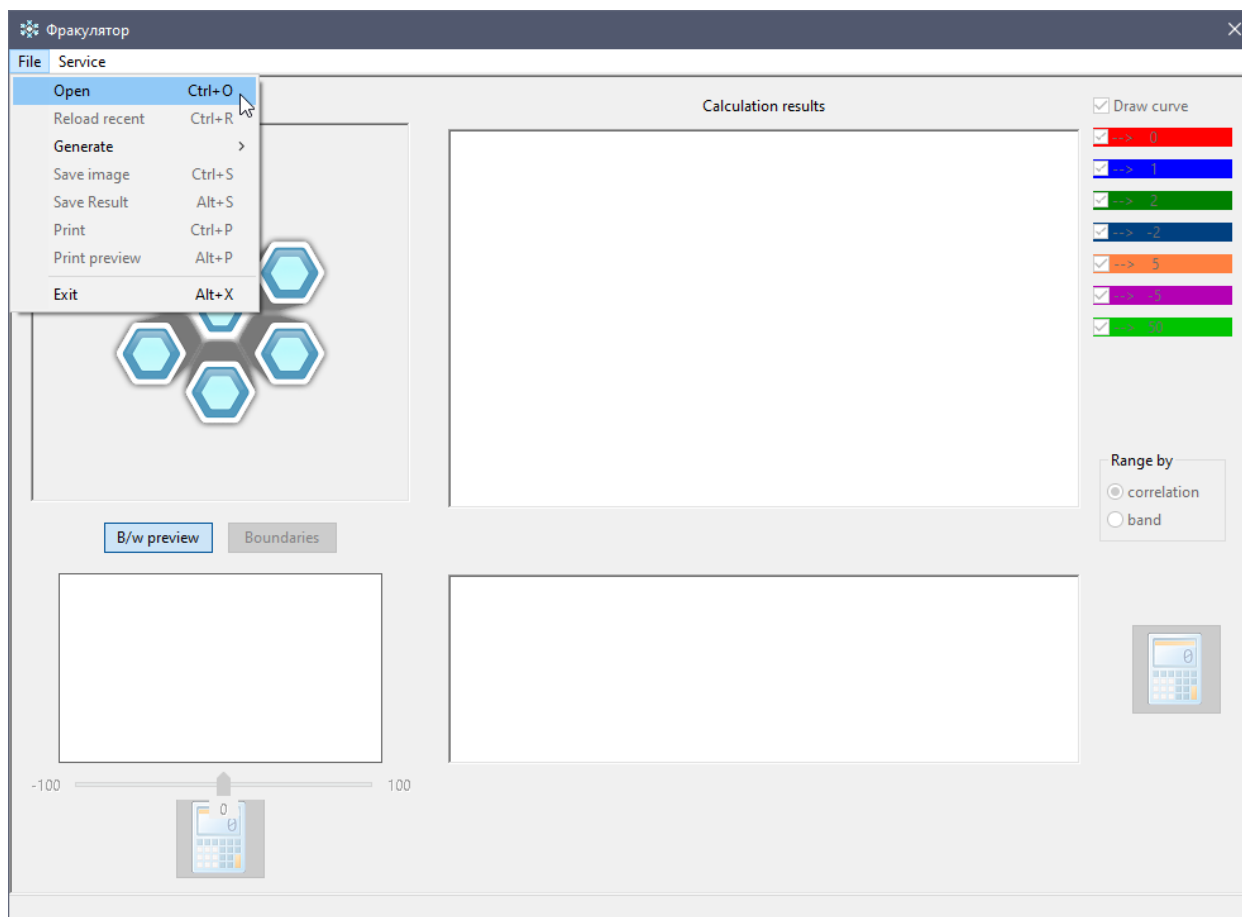


Рисунок 39. Головне вікно програми

Завантаження зображення з файлу виконується шляхом вибору пункту меню  $\text{File} \Rightarrow \text{Open}$  (рис. 39) або натискання клавіш  $\langle \text{Ctrl-O} \rangle$ , після чого відкривається стандартне вікно операційної системи для відкриття файлу. Підменю *Generate* дозволяє завантажити попередньо підготовлене стандартне зображення фрактала — килима Серпінського або сніжинки Коха, для того, щоб новий користувач міг попрацювати з програмою і вивчити її можливості, навіть не маючи власних зображень (при цьому фрактальні характеристики цих об'єктів добре відомі а priori).

Після завантаження зображення воно автоматично переводиться в градації сірого, після чого його зменшена копія виводиться в вікні перегляду; під ним знаходяться кнопки показу результуючого чорно-білого зображення і виділення границь (рис. 40). Ще нижче знаходиться вікно гістограми розподілу відтінків сірого на зображенні, і повзунок вибору порога яскравості для перетворення зображення в чорно-біле (спочатку встановлений максимально близько до положення, при якому кількість чорних пікселів зображення дорівнює кількості білих пікселів).

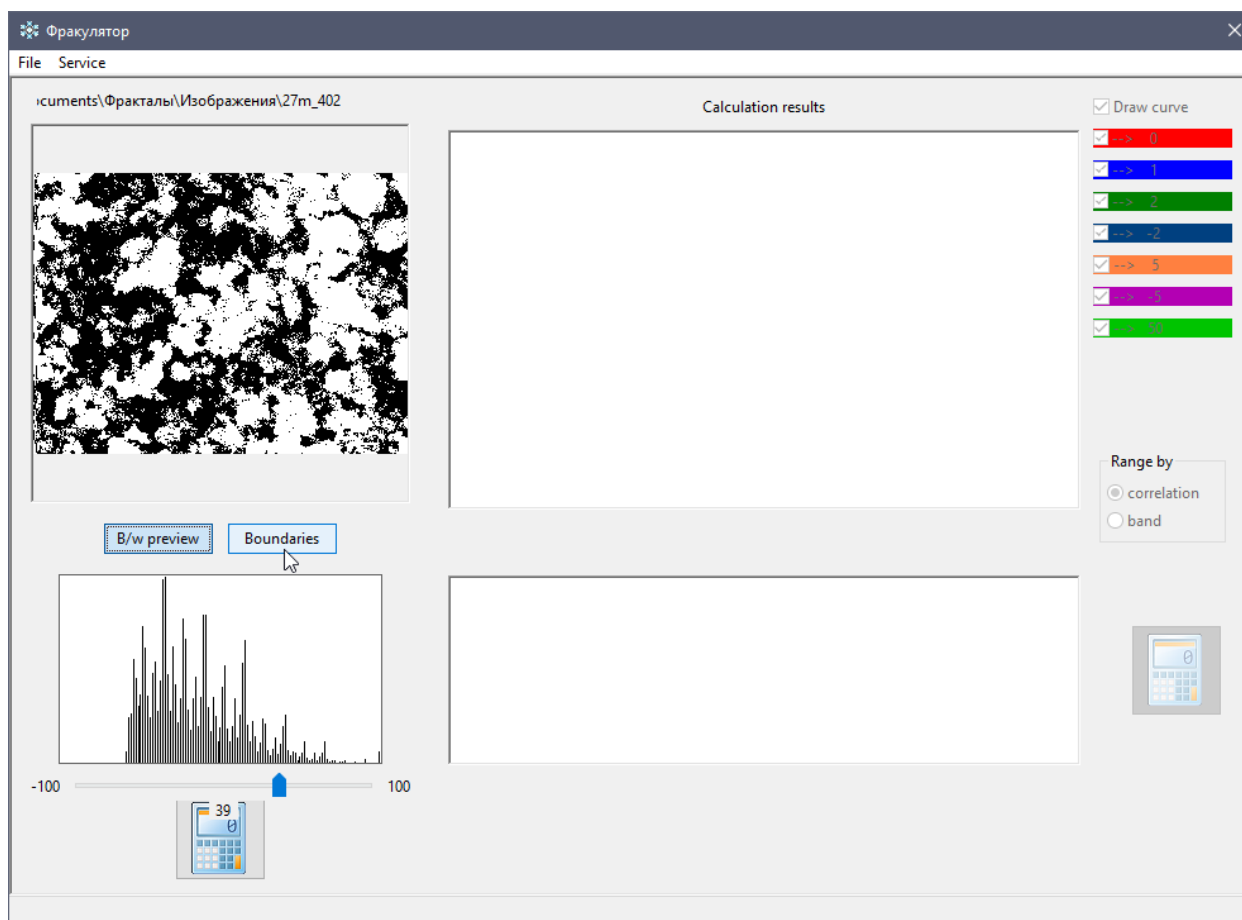


Рисунок 40. Початкове зображення, відкрите і перетворене в чорно-біле

Зміною положення повзунка користувач домагається такого перетворення зображення в чорно-білий вид, при якому виявляються чітко виділеними елементи структури, що цікавлять дослідника. Якийсь кількісний критерій такого виділення в даний час неможливий (якби такий критерій був

можливий, його можна було б запрограмувати, і роль вченого в матеріалознавстві звелася б до включення комп'ютера в електричну мережу).

Після закінчення налаштування дослідник переходить до розрахунку мультифрактальних характеристик обробленого зображення, клацаючи мишею на кнопці з піктограмою у вигляді калькулятора, що знаходиться в головному вікні програми під повзунком вибору порогового значення. Програма переходить в режим обчислення мультифрактальних розмірностей (рис. 41).

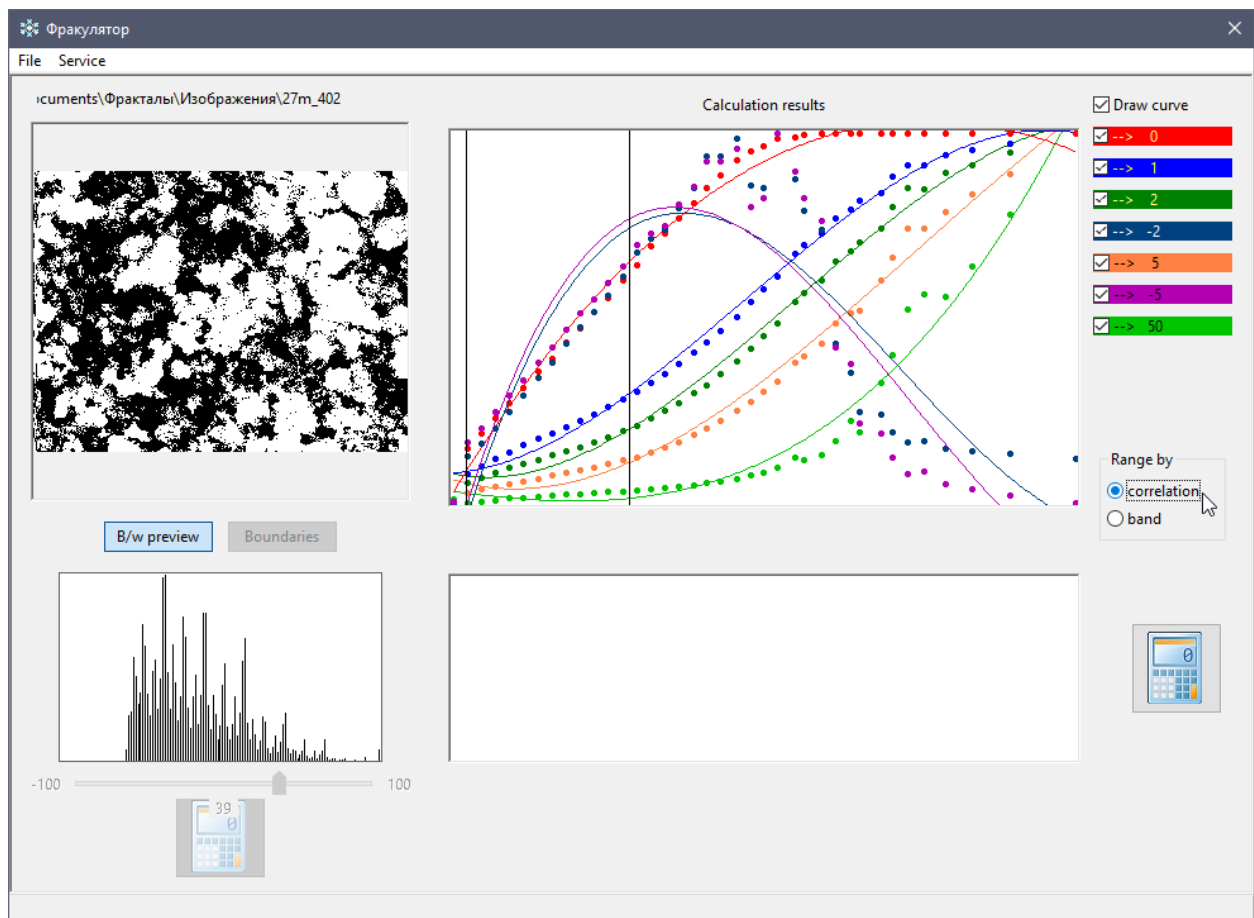


Рис. 41. Криві залежності величин  $\ln \sum_{i=1}^{N(\varepsilon)} p_i^q(\varepsilon) \varepsilon^2$  від  $\ln \varepsilon$  для різних розмірів пробних боксів  $\varepsilon$

Отримані результати розрахунку у вигляді відповідних обчислених результуючих кривих виводяться в правій частині основного вікна програми (рис. 41), причому налаштування програми (про які буде сказано нижче) дозволяють визначити будь-який призначений для користувача набір значень

$q$ , для яких обчислюються розмірності  $D_q$  (до 64 значень; на екран виводяться тільки до 10 з них); причому користувач може оперативнo включати і відключати вивід тих чи інших кривих, щоб мати можливість зосередитися тільки на тих розмірностях, що цікавлять його в даний момент.

Для того, щоб вказати межі досліджуваного діапазону, дослідник використовує мишу, клацанням якої на графіку вказує ліву і праву межі діапазону, в якому будуть розраховані чисельні значення мультифрактальних розмірностей зображення. (Дослідник також за допомогою перемикачів “correlation” і “band” може вибрати передобчислений досліджуваний діапазон, розрахований по одному з алгоритмів — діапазон, в якому досягається максимальна точність обчислення  $D_0$ , або діапазон з максимальним розмахом графіку  $D_0$ ).

Після вибору діапазону розрахунку мультифрактальних розмірностей і конкретних значень  $D_q$ , що обчислюються, клацання на кнопці з піктограмою калькулятора в правій частині вікна призводить до обчислення запитаних дослідником мультифрактальних розмірностей та їх похибок.

Розраховані значення виводяться на екран (рис. 42), а також можуть бути збережені в файл або виведені на друк (рис. 43) за допомогою пунктів меню File, відповідних збереженню результатів в файл або їх виводу на друк — для збереження результатів в файл пункту “Збереження в файл” (Save), для виведення на друк — пункту “Друк” (Print).

Перебуваючи в режимі розрахунків мультифрактальних характеристик, користувач може багаторазово змінювати смугу розрахунку, значення  $D_q$ , що обчислюються, і зберігати результати розрахунків, тим самим отримуючи можливість ознайомитись з результатами розрахунку для різних обраних діапазонів і різних мультифрактальних розмірностей  $D_q$ .

Для переходу до нового зображення слід скористатися командою меню File⇒Open. Якщо ж потрібно завантажити той же самий файл зображення, що і раніше (наприклад, для зміни порога перетворення або виділення границь), то для цього досить використати команду File⇒Reload recent або комбінацію клавіш <Ctrl-R>.

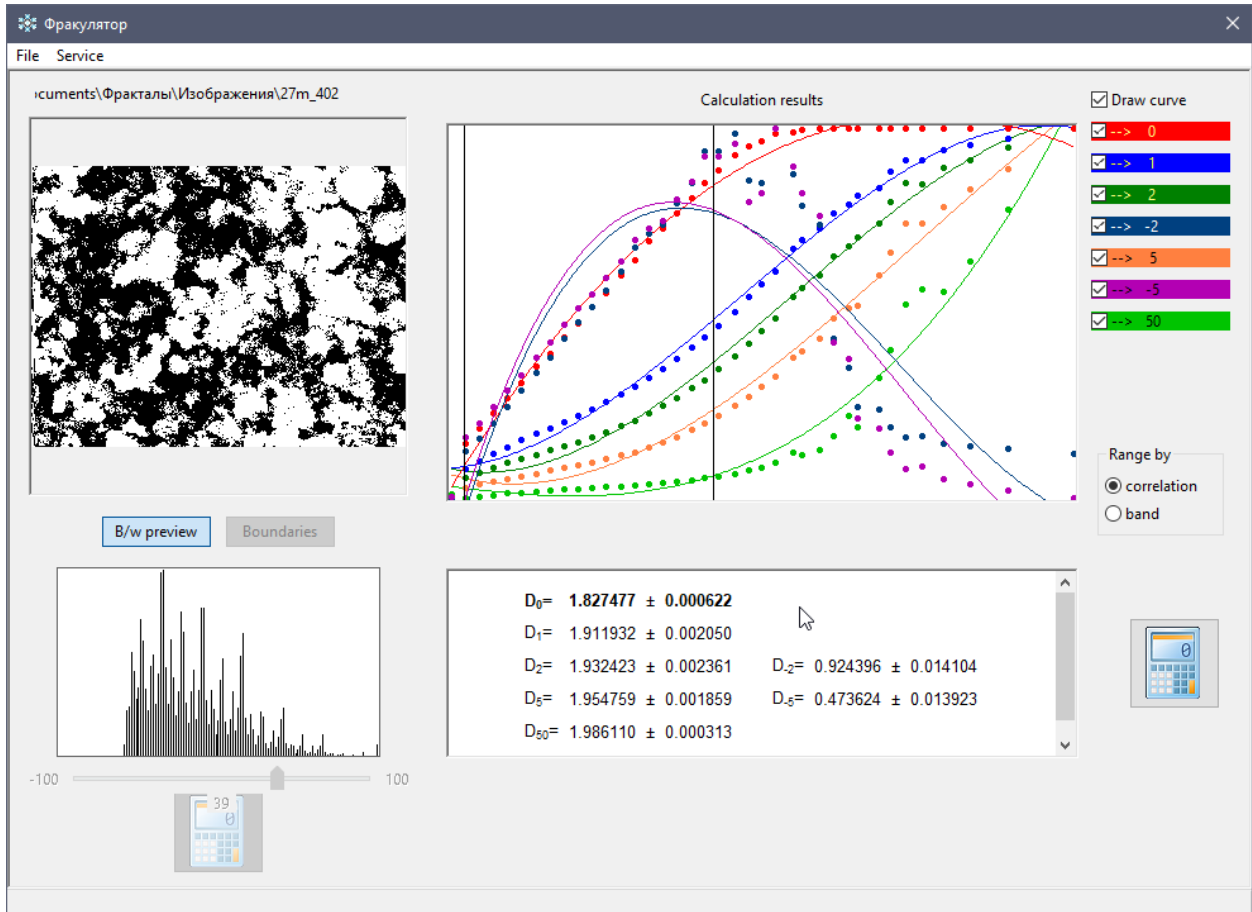


Рисунок 42. Обчислення мультифрактальних характеристик зображення

## Налаштування програми

Щоб не відволікати дослідника від роботи, налаштування програми, які змінюються рідко (наприклад, мова інтерфейсу програми), винесені в окреме вікно налаштувань.

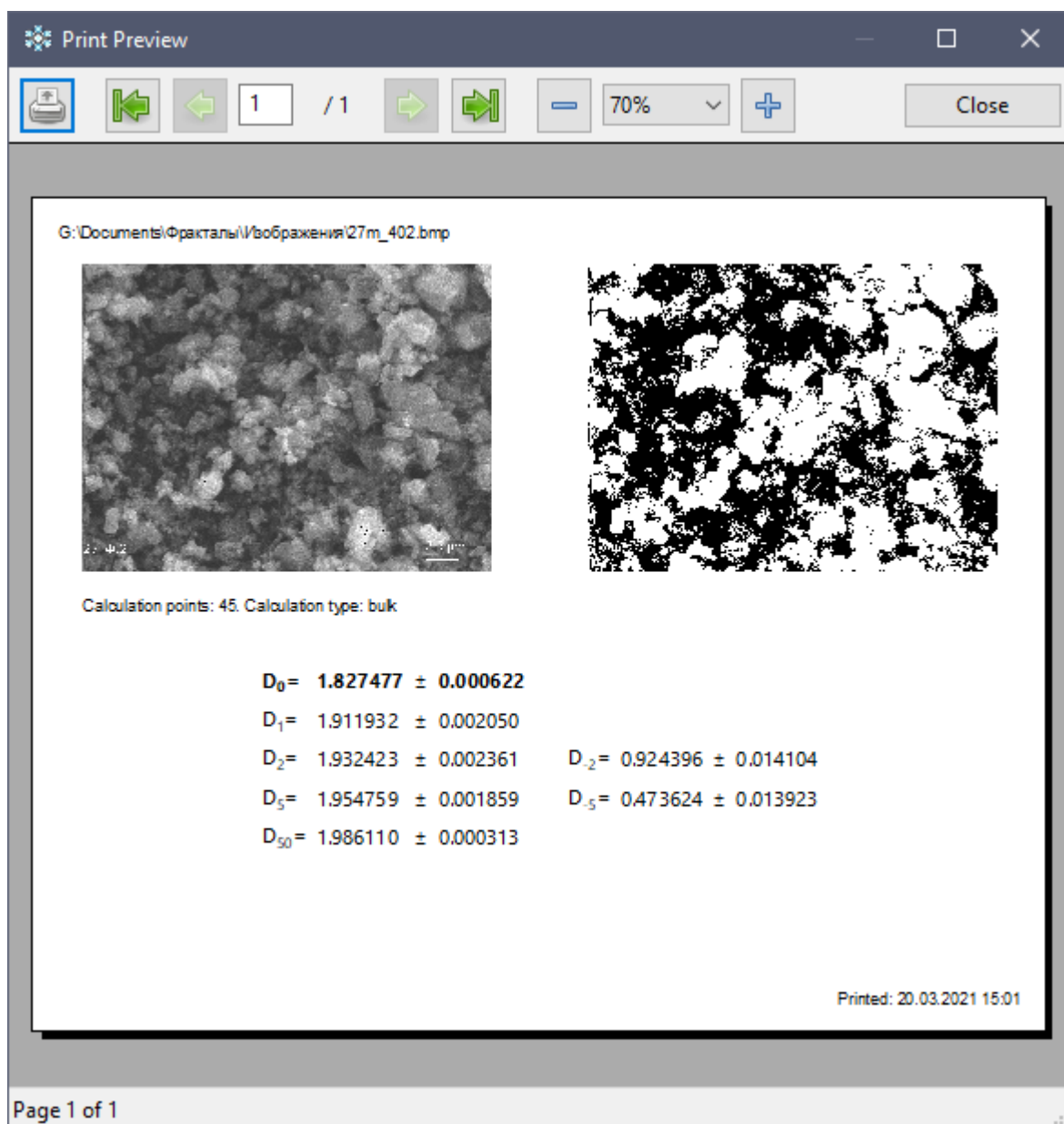


Рисунок 43. Вікно попереднього перегляду виведення на друк

Вікно налаштувань програми (викликається командою меню Service⇒Options або комбінацією клавіш <Ctrl-Alt-O>) дозволяє вказати мову інтерфейсу програми, каталог з зображеннями, який використовується за умовчанням, а також налаштування обчислень, що розглядаються далі більш детально.

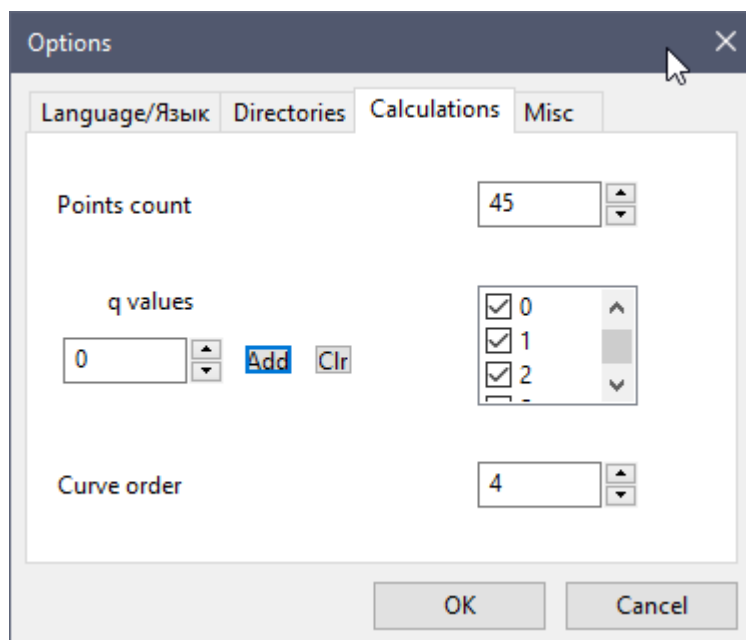


Рисунок 44. Вікно налаштувань обчислювання мультифрактальних розмірностей

Вікно налаштувань обчислювання мультифрактальних характеристик (рис. 44) дозволяє вибрати кількість експериментальних точок при поділі зображення на пробні бокси, а також набір значень  $q$ , для яких обчислюються значення мультифрактальних розмірностей  $D_q$ . Нове значення  $q$ , що цікавить дослідника, вводиться в поле "q values", після чого додається в набір кнопкою Add. Для того, щоб програма виконувала обчислення значення мультифрактальної розмірності для того чи іншого значення  $q$ , це значення в наведеному справа списку повинно бути відмічене (як це зроблено на рис. 44 для значень 0, 1 і 2).

Останнє налаштування в цій вкладці вікна — ступінь згладжуючих кривих у вікні результатів обчислень (рис. 41).



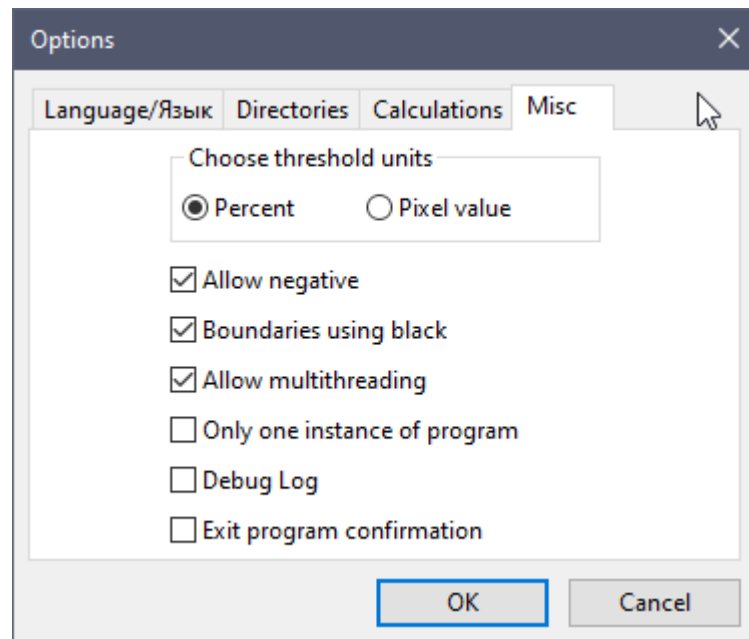


Рисунок 45. Вікно налаштувань інтерфейсу програми

Налаштування інтерфейсу програми (рис. 45) в основному призначені для досвідченого дослідника або розробника програми, і дозволяють йому вказати, в яких одиницях — відсотках або значеннях яскравості пікселя — буде працювати повзунок вибору порогового значення яскравості; чи дозволено перетворення зображення в негативне (якщо так, його можна отримати шляхом перетягування повзунка в ліву половину); метод побудови границь на чорно-білому зображенні (значення за замовчуванням — по точках з чорним кольором, яке можна змінити на побудову границь по точках з білим кольором); чи використовувати при розрахунках багатопоточність (яка на багатоядерних процесорах підвищує швидкість обчислень); чи дозволена одночасна наявність в пам'яті кількох екземплярів програми; чи включати можливість відладочного журналу (на випадок виникнення неполадок користувач може включити цю можливість, повторити дії, що призвели до проблем, і вислати журнальний файл і зображення, що викликало проблеми, розробникам); чи потрібно діалогове вікно підтвердження при завершенні роботи з програмою.